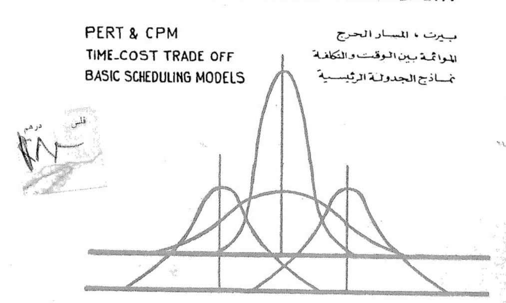
تحليل شبكات الأعمال ونظم إدارة المشروعات

NETWORK ANALYSIS & PROJECT MANAGEMENT

بيرت ، المسار الحرج
المواءمة بين الوقت والتكلفة
نماذج الجدولة الرئيسية

PERT & CPM
TIME-COST TRADE OFF
BASIC SCHEDULING MODELS



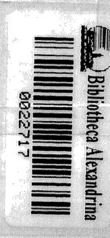
دكتور
حسين عطا غنيم

دكتوراه فى بحوث العمليات من جامعة ولاية نورث كارولينا بالولايات
ماجستير فى الإدارة المالية - كلية التجارة جامعة القاهرة
دبلوم معهد الدراسات والبحوث الإحصائية جامعة القاهرة
أستاذ مساعد بقسم ادارة الأعمال - كلية التجارة جامعة القاهرة

الطبعة الأولى

١٤٠٦هـ - ١٩٨٦م





تحليل شبكات الأعمال ونظم إدارة المشروعات

NETWORK ANALYSIS & PROJECT MANAGEMENT

بيرت ، المسار الحرج
المواءمة بين الوقت والتكلفة
نماذج الجدولة الرئيسية

PERT & CPM
TIME-COST TRADE OFF
BASIC SCHEDULING MODELS

دكتور
حسين عطا غنيم

دكتوراه في بحوث العمليات من جامعة ولاية نورث كارولينا برالى
ماجستير في الإدارة المالية - كلية التجارة جامعة القاهرة
دبلوم معهد الدراسات والبحوث الإحصائية جامعة القاهرة
أستاذ مساعد بقسم ادارة الأعمال - كلية التجارة جامعة القاهرة

الطبعة الأولى

١٤٠٦هـ - ١٩٨٦م

الناشر
دار الفكر العربي

الفصـــل الأول

التحليل الزمنى لشبكـــات الأعمـــــال

Temporol Analysis

١ ــ مقدمـــة :

لقد بدأت الكتابات الخاصة بتحليل شبكات الأعمال منذ أواخـــر الخمسينات فى هذا القرن ، اذ ظهر فى ذلك الوقت طريقة المسار الحرج - Critical Path Method (CPM) وطريقة تقويم ومراجعة البرامـــج Program Evaluation and Review Technique (PERT) ومنـذ ذلك الحين ونحن نشهد تطور كبير فى هذه الأساليب وكيفية استخدامها ، اذ امتد مجال استخدام شبكات الاعمال ليشمل جميع أنواع الأنشطة الـتى يمكن التعبير عنها فى شكل مشروع Project له نقطة بداية ونقطـــــة نهاية محدده ، وذلك مثل بناء المنشآت الضخمة كالانفاق والطرق والكبارى والمشروعـات الخاصة بانشـاء شبكات الصواريخ وكذا العمليات الجراحيـة والمشروعات الخاصة بتقديم منتج جديد وبرامج الكومبيوتر وغيرها مـــن المشروعـات .

كما تطورت النظريات العلمية المصاحبة وأصبح الأمر يقتضى بـــن الراغب فى دراســة هذا الموضوع ضرورة أن يكون ملما بالكثير من العلــوم الأخرى ، فيفترض كتاب Activity Networks للدكتور صلاح المغربى[1] ضرورة المام القارئ بمقرر فى الرياضة ومقرر فى بحوث العمليات ومقرر آخـر فى البرمجه الخطية هذا بالاضافة الى ضرورة المامه بنظرية الاحتمـالات

---

(١) د . صلاح المغربى يرأس قسم بحوث العمليات بجامعة ولاية نـورث كارولينـــا وهو مصـرى الجنسية ومن الرواد الأوائل فى هذا المجال .

ونظرية العمليات العشوائية ونظرية صفوف الانتظار حتى يستطيع القارئ ملاحقة التطورات المتلاحقة فى هذا المجال .

ولم يعد الأمر فقط قاصرا على استخدام شبكات الأعمال فى تحديد الأوقات الخاصة بتنفيذ المشروعات وانما امتد الأمر ليأخذ التكاليف فى الحسبان وكذا كيفية أداء أنشطة المشروع فى ظل استخدام موارد محدوده واستخدام شبكات الأعمال كأداة للجدولة الزمنية Scheduling . هذا بالاضافة الى كيفية تحديد أقصر المسارات من نقطة بداية الى نقطة نهاية محدده وكيفية تعظيم الطاقة المدفوعة من نقطة بداية الى نقطة نهاية معينة وغيرها من الموضوعات التى اشتملها هذا المجال والتى أصبحت لها مجموعة متكاملة من الدراسات المتقدمة Graduate Courses تسمى تحليل شبكات الأعمال Network Analysis, والتدفقات الخاصة بشبكات الأعمال Flows on Networks ونظرية الرسم - Graph Theory.

ولقد زاع استخدام شبكات الأعمال كوسيلة لترشيد عملية ادارة المشروعات - Project Management مما عاد بالنفع والفائدة على رجال الأعمال ، خاصة وأن هذه المشروعات تتم لمرة واحدة فلا يتم تكرارها بالشكل الذى يمكن أدارة المشروع من الاستفادة من الأخطاء السابقة وبالتالى فان تنفيذ هذه المشروعات بكفاءة عالية يتوقف أساسا على خبرة وكفاءة مدير المشروع فى تنفيذ مشروعات سابقة مشابهة وعلى مدى كفاءته فى التصرف فى المواقف المختلفة التى تواجهه والتى تحتاج الى اعادة التخطيط والجدولة بشكل مستمر .

ولم يكن متاح لمديرى المشروعات حتى وقت قريب ما يكفى من الأدوات لكى تساعده على أداء هذه الأعمال بكفاءة أعلى ، اذ اقتصر الأمر حتى أواخر الخمسينات على استخدام بعض الخرائط البدائية والتى تعرف بـ Bar charts وكذا خرائط جانت Gantt charts والتى كثر استخدامها بصفة خاصة فى مجال ادارة الانتاج ، الا أنها كانت قاصره، وغير كافية لتوضيح العلاقات بين الأنشطة وتوقيتاتها المتداخلة والمعقدة. ولذا فان هذا الظهور للمبادئ الخاصة بتحليل شبكات الأعمال قد أدى الى توافر أساس لأدوات أكثر دقة وعمومية فى ادارة المشروعات .

وفيما يلى سوف نبدأ بتحديد معانى بعض المصطلحات التى سوف يكثر استخدامها فى هذا المجال :

٢ ـ تعاريف :

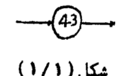
٢/١ : النشاط Activity :

هو جهد أو شئ ما يستهلك وقت أو موارد أو كلاهما معا . وسوف نعرف فيما بعد أن هناك أنشطة وهمية Dummy Activities لا تستهلك أى من الوقت أو الموارد .

وبذا يعد تدريب رجال البيع بمثابة نشاط معين وكذا الحال بالنسبة لاجراء بحث ما ، أو نقل قطعة ما من موقع الى موقع آخر ... الخ ، وعادة ما يتم التعبير عن النشاط بسهم كما سوف نرمز رياضيا للنشاط بالرمز (u) $\xrightarrow[u]{}$.

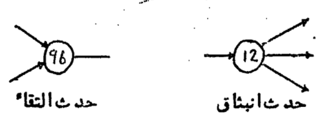
٢/٢ الحدث EVENT:

يعبر الحدث عن شيء ما معرف توقيت حدوثه بدقة تامة كوصول شحنة ما الى الميناء أو الانتهاء من صب سقف لأحد المباني الذى يتم تشييده ... الخ ، وعادة مايتم التعبير عنه فى شكل حلقه كما سوف نرمز رياضيا للحدث بالرمز(i)وذلك كما يلى :



شكل (١/١)

واذا كان الحدث هو نقطة تجمع أكثر من نشاط فنطلق عليه حدث التقاء Merge event أما اذا كان الحدث بمثابة نقطة بداية لأكثر من نشاط فنطلق عليه حدث انبثاق Burst event .



شكل (٢/١)

٣/٢ المشروع Project :

يتمثل المشروع فى مجموعة من الأنشطة ومجموعة من الأحداث وبالتالى يمكن النظر الى اجراء عملية جراحية على أنها مشروع وكذا الحال بالنسبة لبناء كوبرى أو انشاء نفق أو تنفيذ حملة ترويجية أو اختبار منتج جديد فى أحد الأسواق .... الخ . اذ يمكن النظر الى كل هذه على أنها مشروعات .

٢/٤ شبكة الاعمال - Network :

هى تعبيربالرسم عن مشروع ما لبيان العلاقات الاعتمادية بين الأنشطة المختلفة وتسلسل هذه الأنشطة من بداية المشروع حتى نهايته .

٣ — كيفية التعبير عن المشروع فى شكل شبكه أعمال :

٣/١ : هناك مجموعة من القواعد الخاصة برسم شبكات الأعمال والتى نوردها فيما يلى :

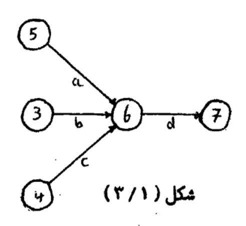
١ — يتم التعبير عن النشاط بسهم ، دون أن يعكس طول السهم الوقت الخاص بأداء النشاط .

٢ — نكتب رمز النشاط أسفل السهم والوقت الخاص بالنشاط فوق السهم .

٣ — يبدأ السهم من حدث البداية وينتهى رأس السهم عند حدث النهاية .

٤ — يجب التأكد لبدأ أى نشاط أن جميع الأنشطة السابقة واللازمة لأداء هذا النشاط قد تم تنفيذها .

فاذا كان النشاط d يعتمد على الأنشطة a,b,c، فانه يمكن التعبير عن هذه العلاقة الاعتمادية كما يلى :



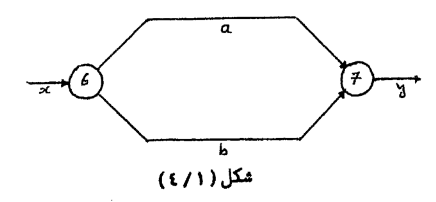
شكل (١/٣)

ولايعني ماسبق ضرورة انتهاء a,b,c معا وفي نفس الوقت حتى يمكن البدأ في d ، وانما يعني الرسم السابق أن النشاط d لن يبدأ الا بعد انتهاء الأنشطة السابقة عليه وهي الأنشطة a,b,c أى كان الوقت الخاص لانتهاء هذه الأنشطة .

٥ — ترقم الاحداث بحيث يكون رقم حدث البداية أقل دائما من رقم حدث النهاية .

٦ — لايجوز تكرار استخدام الرقم الذى سبق استخدامه في ترقيم حدث ما .

٧ — لايجوز أن يشترك أكثر من نشاط في نفس البداية وفي نفس النهاية ، وانما يجوز أن يشترك أكثر من نشاط في بداية ما أو في نهاية ما دون الاشتراك في البداية والنهاية معا ، وبذا فالشكل التالى لايعد سليما في هذا الصدد .



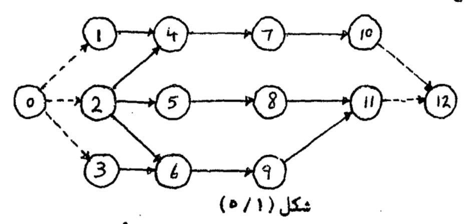
شكل (١/٤)

٨ ــ يفضل (لايشترط) أن يكون لشبكة الأعمال بداية واحدة ونهايـــة واحده •

٢/٣ : استخدام الأنشطة الوهمية - Dummy Activities:

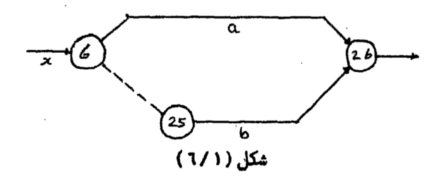
أن تحقيق قواعد الرسم السابقة يقتضى فى بعض الأحيان افتـراض وجـــود أنشطـــــة وهميـــــة لاتستغـــرق أى من الوقـــت أو الموارد ، وفيما يلى ثلاث مجالات لاستخدام هذه الأنشطة الوهمية والتى يتم التعبير عنها فى شكل أسهم متقطعـــة •

١ ــ اذا كانت هناك أكثر من بداية أو أكثر من نهاية للمشروع ويراد أن يكون للمشروع بداية واحدة ونهاية واحدة



شكل (١ / ٥)

٢ ــ لتحقيق بند (٧) من الشروط والخاص بعدم اشتراك أكثر من حدث فى نفس البداية والنهاية ، وبالتالى يتم استبدال الشكل الخـاص ببند (٧) شكل (١ / ٤) ليصبح كما يلى :

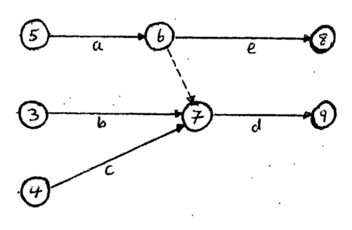


شكل (١ / ٦)

٣ ـ تستخدم الأنشطة الوهمية بصفة أساسية فى اظهار العلاقات الاعتمادية بين الأنشطة بطريقة دقيقة .

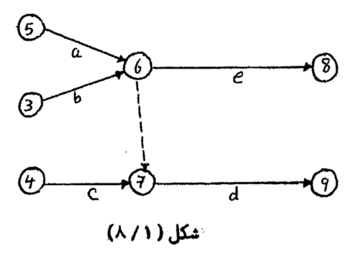
ويمكن توضيح ذلك بعدة أمثلة كما يلى :

اذا كان النشاط d يعتمد على كل من الأنشطة c , b , a وكان النشاط e يعتمد فقط على النشاط a فيتم التعبير عن ذلك بمساعدة النشاط الوهمى كما يلى :



شكل (١ / ٧)

اذا كان النشاط e فى المثال السابق يعتمد على كل من b , a فيمكن التعبير عن ذلك كما يلى :

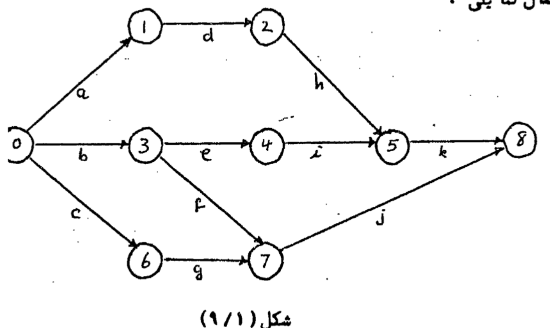


شكل (١ / ٨)

ويمكن توضيح قواعد الرسم السابقة بمثال كما يلى :

يبدأ مشروع ما بالأنشطة a,b,c ويعتمد النشاط d على النشاط a والنشاط g على النشاط c ، ويعتمد النشاطان e,f على النشاط b ، ويعتمد النشاط h على النشاط d وi على e أما النشاط j فيبدأ بعد الانتهاء من كل من النشاطين g ,f ، ويعتمد النشاط k على النشاطين h,i وينتهى المشروع بانتهاء كلا النشاطين j,k .

وبالتالى يمكن التعبير عن هذا المشروع فى شكل شبكة أعمال كما يلى :



شكل (١/ ٩)

٤ - كيفية تحديد الأوقات الخاصة بالأنشطة :

تفترض طريقة المسار الحرج امكان تحديد الأوقات الخاصة بالأنشطة بطريقة مؤكده . فهى بذلك تستبعد أى احتمال لحدوث تعديل فى أوقات هذه الأنشطة أثناء التنفيذ وبالتالى فان طريقة المسار الحرج تتعامل مع نشاط مايستغرق ١٠ أيام لاتمامه مع وجود احتمال أن التنفيذ يتم مابين ٩ و ١١ أيام مثل تعاملها مع نشاط آخر يتوقع أن يستغرق أيضا ١٠ أيام مع وجود احتمال ان التنفيذ يتم مابين يومين وخمسة وعشرون يوما .

ولاشك أن هناك من الأسباب القوية التى تقتضى ضرورة النظر الى الأوقات الخاصة بالأنشطة على أنها متغيرات عشوائية - Random variables وبالتالى يقتضى الأمر تحديد التوزيع الاحتمالى الخاص بهذه الأوقات . فقد يتمثل النشاط فى اجراء بحث معين أو اجراء جهود تنمويه يصعب تحديد أوقاتها بشكل مؤكد عند بداية المشروع . أو قد يعتمد وقت تنفيذ النشاط على مدى توافر موارد محدده أو على مدى توافر شروط تنفيذ محدده كتوافر درجة حرارة معينة أو على درجة سقوط الأمطار أوغيرها من العوامل التى هى بطبيعتها تعد متغيرات عشوائية يصعب تحديد قيمها المستقبلية بطريقة مؤكدة .

ويجدر الاشارة هنا الى أن التفرقة الأساسية بين نموذج المسار الحرج CPM ونموذج تقويم ومراجعة المشروعات - PERT يتمثل أساسا فى كيفية تحديد الأوقات الخاصة بالأنشطة $\{ y_{ij} \}$ اذ تفترض طريقة المسار الحرج كما سبق أن ذكرنا امكانية تحديد الأوقات الخاصة

بالأنشطة بطريقة مؤكده ، بينما تفترض طريقة مراجعة وتقويم المشروعات أن الأوقات الخاصة ببعض أو كل هذه الأنشطة معروفة بشكل احتمالي فقط . ولقد شهدت الفترة الأخيرة تطور مستمر في استخدام شبكات الأعمال وماصاحب ذلك من تطور في النظريات الأساسية المفسرة لها الأمر الذى أدى الى زيادة الفروق بين شبكات الأعمال المبنية على معلومات يفترض فيها أنها معلومات مؤكده الحدوث وتلك المبنية على معلومات يفترض فيها معرفة احتمال حدوثها فقط ، ولذا فانه قد يكون من المناسب أن تستخدم التعبيرات الخاصة بشبكات الأعمال ذات الأنشطة المؤكده وشبكات الاعمال ذات الأنشطة الاحتمالية .

Deterministic Activity network(DANs), and Probabilistic Activity Network(PANs).

وذلك بدلا من استخدام CPM & PERT كأساس للتفرقة .

وسوف نتناول فيما يلى كيفية تحديد الأوقات الخاصة بالأنشطة وذلك بفرض أنها معلومه مقدما وبشكل مؤكد .

٥ ــ تحديد الاوقات في شبكات الاعمال ذات الأنشطة المؤكده :

Deterministic Arc Durations:

بعد الانتهاء من التعبيرعن المشروع في شكل شبكة أعمال كما سبق أن بينا ، وبعد تحديد الأوقات الخاصة بالانشطة المختلفة فعادة ماتثار أسئلة هامه حول الميعاد المتوقع للانتهاء من تنفيذ المشروع ومتى يمكن جدولة الانشطة المختلفة ؟ وتتوقف الاجابة على هذه الاسئلة على الكيفية التي يتم بها تحديد الوقت الخاص بكل نشاط وماإذا كان هناك وقت واحد محدد لتنفيذ كل نشاط وذلك كما هوالحال في طريقة المسارالحرج . CPM أم يتم تقدير ثلاث أوقات ، الوقت المتفائل والوقت المتشائم والوقت الاكثر احتمالا لتنفيذ النشاط الواحد وذلك كما في طريقة PERT ، ولن تختلف طريقة الحساب في هذا الجزء من الدراسة اذ في حالة تعدد الاوقات المقدرة للنشاط الواحد فاننا سوف نهتم فقط بالوقت المتوسط اللازم لاداء هذا النشاط والذى يتم حسابه باستخدام الأرقام الثلاثه المعطاه كما سنبين فيمابعد ،وبالتالى يتم معاملة هذه الأوقات الثلاثه الخاصة بالانشطة كماهوالحال في حالة وجود رقم واحد محدد لوقت تنفيذ النشاط ،

وهناك طريقتين لحساب الاوقات المتوقعة الخاصة ببداية ونهاية التنفيذ لكل نشاط ، فقد يتم الحساب في اتجاه أمامي - Forward ابتداء من نقطة بداية المشروع وانتهاء بنقطة النهاية أو قد يتم الحساب في اتجاه عكسي Backward ابتداء من نهاية المشروع والسير بطريقة عكسية حتى نصل الى نقطة البداية ،

وتفيد طريقة الحساب فى الاتجاه العكسى فى معرفة آخر وقت يمكن فيه الانتهاء من تنفيذ نشاط معين دون أن يؤدى ذلك الى تأخر تنفيذ المشروع ككل عن آخر وقت مسموح به للانتهاء من تنفيذه .

وفيما يلى مجموعة من الرموز الرياضية التى تساعدنا على اجراء حسابات الأوقات السابقة :

y_u = الوقت الخاص بالنشاط u .

$E(y_u)$ = $\bar{y}_u$ = القيمة المتوقعة لوقت تنفيذ النشاط u .

$t_i(E)$ = الوقت الخاص بالتحقق المبكر للحدث i .

$t_o(E)$ = الوقت الخاص بالتحقق المبكر للحدث صفر وعادة ما نجعل $t_o(E)=0$.

$t_i(L)$ = الوقت الخاص بالتحقق المتأخر للحدث i .

$t_n(L)$ = الوقت الخاص بالتحقق المتأخر لحدث النهاية (n) . وعادة ما نجعل $t_n(L)$ تساوى قيمة معينة وليكن τ .

$B(i)$ = تمثل مجموعة الأحداث السابقة على الحدث i والتى تتصل بالحدث i بمجموعة من الأنشطة تصل ما بين هذه الأحداث والحدث i .

(5) $\mathcal{B}$ = الأحداث 4 , شكل (١/١١) ٠

$\mathcal{A}$ (i) = تمثل مجموعة الاحداث التالية للحدث i والتى تتصل بالحدث i بمجموعة من الانشطة تصل مابين هذه الأحداث والحدث i ٠

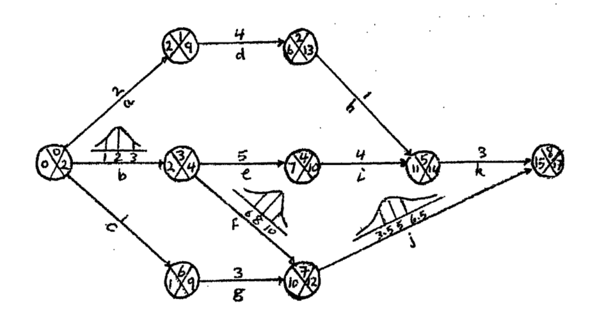
$\mathcal{A}$ (o) = الأحداث 1,3,6 شكل (١/١١) ٠

وسوف يتم تقسيم الحلقة الدالة على الحدث بالشكل الذى يظهر رقم الحدث والوقت المبكر والوقت المتأخر لتحقق الحدث وذلك كما يلى :



شكل (١/١٠)

ويكون المثال السابق كما يلى



$t_o(E) = 0 \quad , \quad t_8(L) = 17$

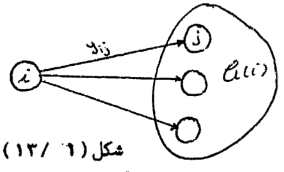
ويكون الوقت المبكر لتحقق الحدث j كما يلي :

$$t_j(E) = \max_{i \in B(j)} \left\{ t_i(E) + y_{ij} \right\} \quad , \; t_o(E) \equiv 0$$

شكل (١/١٢)

ويكون الوقت المتأخر لتحقق الحدث i كمايلي :

$$t_i(L) = \min_{j \in C(i)} \left\{ t_j(L) - y_{ij} \right\} \quad , \; t_n(L) \equiv \tau$$



شكل (١/١٣)

ويكون الفرق بين التحقق المتأخر والتحقق المبكر للحدث بمثابة الوقت الراكد slack time الخاص بالحدث ، أى أنه الوقت المسموح بالتأخر فيه لتحقق الحدث دون أن يؤثر ذلك التأخير على النهاية المتأخرة لتحقق المشروع ، وتعبر S_i عن هذا الوقت الراكد للحدث (i) .

$$S_i = t_i(L) - t_i(E) \geqslant 0 \quad \forall i \in N$$

ونظرا لأن أى نشاط له حدث بداية وحدث نهاية ونظرا لوجود وقتين لتحقق كل حدث $t_i(E)$, $t_i(L)$ حيث $t_i(L) \geqslant t_i(E)$ فاننا يمكن أن نعرف فورا أربعة أنواع من الفائض float بالنسبة

لكل نشاط من أنشطــة المشروع •

٥ / ١: الفائض الكلى Total float: .

$$S_{ij}^{(1)} = t_j(L) - t_i(E) - y_{ij}$$

اذ نفترض فى هذه الحالة اتمام جميع الأنشطة السابقة على النشاط (ij) فى أوقاتها المبكرة بينما نفترض اتمام الأنشطة اللاحقة علـــــى النشاط (ij) فى أوقاتها المتأخرة • أى يتم حساب الفائض الكلـــى بفرض اتمام الأنشطة السابقة على النشاط (ij) بأسرع مايمكن وفـــى نفس الوقت التأخير الى أقصى حد ممكن فى تنفيذ الأنشطة اللاحقـــــة للنشاط (ij) •

٥/٢ : فائض الآمـــان Saftey float :

$$S_{ij}^{(2)} = t_j(L) - t_i(L) - y_{ij}$$

ويقيس هـــذا الفائض الوقـــت المتاح للنشاط (ij)اذا تم تنفيذ الأنشطة السابقة وفقا لأوقاتها المتأخرة • أى فى آخر وقت ممكـــن لتنفيذ هـــا وكان من المرغوب فيه أيضا التأخير فى تنفيذ الأنشطــــــة اللاحـــقة الى آخر وقت ممكن • وبالتالى يعكس $S_{ij}^{(2)}$ الفائض المتـــاح للنشاط (ij) رغم التأخر فى تنفيذ الأنشطة السابقة على النشـــــاط (ij) اذا ماتم ترحيل تنفيذ الأنشطة اللاحقة للنشاط (ij) الـــى آخر وقت ممكن • ويتحقق هـــذا الفائض عند حدث انبثـــــــــاق Burst event - .

٥/٣ : الفائض الحـر Free float :

$$S_{ij}^{(3)} = t_j(E) - t_i(E) - y_{ij}$$

ويقيس هذا الفائض الوقت المتاح للنشاط (ij) اذا تـم تنفيذ الأنشطـة السابقـة وفقا لأوقاتها المبكرة ، أى فى أول وقـت أمكن فيه بدأ التنفيـذ وكان من المرغوب فيه ايضا البدأ فى تنفيذ الأنشطة اللاحقة فى أول وقت ممكن • وبالتالى فان هذا الفائض متاح فى تنفيـذ النشاط (ij) رغم الرغبة فى تنفيذ أنشطـة المشروع فى أسرع وقـت ممكن ، ويتحقق هذا الفائض فقط عند حدث التقاء merge event

٥/٤ : الفائض المتداخل Interference Float:

$$S_{ij}^{(4)} = \max\left(0,\ t_j(E) - t_i(L) - y_{ij}\right)$$

$$= \left(t_j(E) - t_i(L) - y_{ij}\right)^+$$

ويقيس هذا الفائض اذا كان موجبا الوقـت المتاح للنشـاط (ij) اذ تم تنفيذ الأنشطـة السابقة وفقا لأوقاتها المتأخرة وكـان من المرغوب فيه البدأ فى تنفيذ الأنشطة اللاحقة فى أول وقت ممكـن لبداية التنفيذ • أى يعكس هذا الفائض الوقت المتاح للنشاط (ij) اذا ماتم ضغط الوقـت المتاح للنشاط (ij) الى أقل حد ممكن فيتم تنفيـذ الأنشطة السابقة فى آخر وقت ممكن والأنشطة اللاحقة فى أول وقت ممكن •

ويلاحظ أن الفائض الاجمالى يكون أكبر فائض متاح للنشـاط وعلى العكس يكون الفائض المتداخل هو أقل فائض متاح للنشـاط

أى أن :

$$S_{ij}^{(1)} \geqslant \max \{ S_{ij}^{(2)} , S_{ij}^{(3)}, S_{ij}^{(4)} \}$$

$$S_{ij}^{(4)} \leqslant \min \{ S_{ij}^{(1)} , S_{ij}^{(2)} , S_{ij}^{(3)} \}$$

وبالرجوع الى المثال السابق فانه يمكننا حساب الأوقات المبكرة والاوقات المتأخرة لتحقق كل حدث والتى سوف تتخذ هذه كأساس لحساب الفائض المحقق لكل حدث وبالتالى حساب أنواع الفائض المختلفة لكل نشاط ، وذلك كما يلى :

(ij) activity(ij) (1)	(ij) duration y_{ij} (2)	التحقق المبكر للحدث (i)		التحقق المتأخر للحدث (j)	
		$t_j(E)$ (3)	$t_i(E)+y_{ij}$ (4)	$t_j(L)-y_{ij}$ (5)	$t_i(L)$ (6)
0-0	0	0	0	2	2
0-1	2	0	2	7	9
0-3	1,2,3	0	2*	2	4
0-6	1	0	1	8	9
1-2	4	2	6	9	13
2-5	1	6	7	13	14
3-4	5	2	7	5	10
4-5	4	7	11	10	14
3-7	6,8,10	2	10	4	12
6-7	3	1	4	9	12
5-8	3	11	14	14	17
7-8	3.5 5 6.5	10	15	12	17
8-8	0	15	15	17	17

جدول (١/١)

ويمثل العمود الاول فى الجدول السابق الأنشطة (ij) وهنا نلاحظ أننا اضفنا نشاط وهى (0-0) فى أول العمود وكذا النشاط (8-8) فى نهاية العمود حتى يتم حساب الوقت المبكر وكذا الوقت المتأخر لتحقق كل من حدثى البداية والنهاية ، ويمثل العمود الثانى الوقت الخاص بكل نشاط وهنا فى حالة وجود اكثر من وقت واحد فاننا نأخذ الوقت المتوسط كأساس للحساب. ويتم حساب الوقت المبكر لتحقق الاحداث (j) علما بأن $t_o(E) = 0$ كما فى العمود الثالث. ولحساب الاوقات المبكرة لتحقق الاحداث يلزم الأمر حساب $t_i(E) + y_{ij}$ لجميع الأحداث (i) السابقة على الحدث j والتى ترتبط بالحدث (j) بالنشاط (ij) ، اذ تكون $t_j(E)$ هى القيمه القصوى من بين هذه القيم أى أن

$$t_j(E) = \max_{i \in B(j)} \{ t_i(E) + y_{ij} \}$$

ولذا خصص العمود الرابع لحساب القيم $t_i(E)+y_{ij}$ ، وأخيرا نحسب الاوقات المتأخرة لتحقق كل حدث فى العمود السادس والأخير علما بأن $t_8(L) = 17$.

ولحساب الاوقات المتأخرة لتحقق الحدث (i) يلزم الأمر حساب $t_j(E)-y_{ij}$ لجميع الاحداث (j) اللاحقة للحدث (i) والتى ترتبط به بالنشاط (ij) حيث تكون (i) هى القيمة الدنيا من بين هذه القيم.

$$t_i(L) = \min_{j \in \mathcal{A}(i)} \{ t_j(L) - y_{ij} \}$$

وفيما يلى بيان بالأوقات المبكرة والأوقات المتأخرة لتحقق كل حدث

والتى تم الحصول عليها من الأعمدة (3) ، (6) على التوالى :

	$t_i(E)$	$T_i(L)$	S_i
0	0	2	2
I	2	9	7
2	6	13	7
3	2	4	2
4	7	10	3
5	11	14	3
6	1	9	8
7	10	12	2
8	15	17	2

ويمثل العمود الأخير فى الجدول السابق الوقت الراكد S_i الخاص بكل حدث (i)، وتكون الأوقات الفائضة بالنسبة لكل نشاط كما يلى :

	(1) S_{ij}	(2) S_{ij}	(3) S_{ij}	(4) S_{ij}
(0-1)	7	5	0	0
(0-3)	2	0	0	0
(0-6)	8	6	0	0
(1-2)	7	0	0	0
(2-5)	7	0	4	0
(3-4)	3	1	0	0
(4-5)	3	0	0	0

(3-7)	2	0	0	0
(6-7)	8	0	6	0
(5-8)	3	0	1	0
(7-8)	2	0	0	0

٥/٥ تحديد المسار الحرج :

بعد ان تم تحديد الاوقات المبكرة والمتأخرة لتحقق كل حدث وبالتالى تحديد البداية المبكرة والمتأخرة لكل نشاط فانه يمكن لادارة المشروع تحديد الحد الادنى من الوقت اللازم لأداء هذا المشروع وذلك عن طريق تحديد المسار الحرج (Critical Path(Cp الذى يتحكم فى وقت تنفيذ المشروع .

ويكون المسار الحرج هو أطول مسار يبدأ من حدث البداية وينتهى بحدث النهاية ويكون الفائض الكلى للانشطة الخاصة بهذا المسار أقل مايمكن ويكون هذا الفائض صفرا فى حالة اذا كان الوقت المتأخر لتنفيذ المشروع هو نفسه الوقت المبكر لتنفيذه أى $t_n(L)= t_n(E)$. وتسمى الأنشطة الواقعة على المسار الحرج بالأنشطة الحرجه .

ويكون المسار الحرج فى المثال السابق 8 - 7 - 3 - 0 حيث يكون الفائض الكلى على أنشطة هذه المسار أقل مايمكن وقدرها ٢ وحدة زمن . ويرمز للمنشار الحرج بالرمز π_c ولطول المسار الحرج بـ $T(\pi_c)$.

وكما تم تحديد المسار الحرج الخاص بالمشروع فانه يمكن تحديد المسار الحرج الثانى وهو ثانى أطول مسار يربط بين حدث البداية وحدث النهاية وبالمثل يمكن تحديد المسار الحرج الثالث والرابع .... الخ Subcritical paths .

ولاشك أن تحديد هذه المسارات الحرجه يفيد الادارة فى توجيه عناية فائقة للأنشطة الواقعة على المسار الحرج الأول على أن يلى ذلك توجيه العناية للأنشطة الواقعة على المسارات الحرجة الثانية والثالثة ....الخ .

٦/٥ تحديد المسار الحرج باستخدام الأوقات المحسوبه فى الاتجاه الأمامى فقط :

Critical path from forward Pass Only :

يقتضى تحديد المسار الحرج وفقا للطريقة السابقة ضرورة حساب الأوقات المتأخرة بالاضافة الى الأوقات المبكرة الخاصه بتحقق كل حدث . ورغم أهمية تحديد هذه الأوقات المتأخرة لتحديد المسارات الحرجة الثانية والثالثة .... الخ . الا انه من الممكن الاستغناء عنها فى تحديد المسار الحرج الأول ويكون ذلك مفيدا بدرجة كبيرة خاصة فى المراحل الأولى للتخطيط والجدولة الزمنية لأنشطة المشروع والتى يكون من المرغوب فيه فى هذه المرحلة تحديد رقم تقريبى لوقت انتهاء المشروع وتحديد الأنشطة الحرجة بأقل جهد حسابى ممكن خاصة وأن المشروع فى هذه المرحلة يكون عرضه للتعديل والتطوير وبالتالى اعادة الحساب .

ويتم الحساب باستخدام الأوقات المبكرة فقط وذلك بأن نبدأ بحدث النهاية والتى تقع بالتعريف على المسار الحرج وتسير عكسيا على شبكة الاعمال حتى نصل الى حدث البداية على أن يتم التفرع عند حدث الالتقاء الى النشاط الذى ليس له فائض حر أى أن $S_{ij}^{(3)} = 0$ ويمكن توضيح ذلك على المثال السابق كما يلى :

نبدأ بالحدث الاخير حيث وقت التحقق المبكر $t_8(E)=15$ وبالتالى يمر المسار الحرج بالنشاط 8-7 حيث أن $S_{78}^{(3)} = 0$ وذلك على عكس $S_{58}^{(3)} = 1$ ، وبالمثل يمر المسار الحرج بالحدث 3 اذ أن $S_{37}^{(3)} = 0$ علما بأن $S_{67}^{(3)} = 6$ ثم نصل الى نقطة البداية ويكون المسار الحرج كما سبق 8 - 7 - 3 - 0 .

٦ ـ تحديد الأوقات فى شبكات الاعمال اذا ما كانت أوقات الأنشطة بمثابة متغيرات عشوائية :

سبق ان بينا أنه عادة ما تكون هناك من الاسباب القوية التى تقتضى النظر الى الأوقات الخاصة بالأنشطة على أنها متغيرات عشوائية - Random variables وذلك كما هو الحال بالنسبة للأوقات الخاصة بأداء الأنشطة الحرجه فى المثال السابق اذ تم تقدير أوقات مختلفة لأداء كل نشاط من هذه الأنشطة الحرجه وذلك وفقا للظروف المختلفة المحيطة بالتنفيذ ، ويقتضى ذلك ضرورة التعامل مع علم الاحصاء لتقدير الوقت المتوقع اللازم لانهاء المشروع وبالتالى لتحديد مدى امكانية تسليم المشروع قبل أو فى ميعاد محدد سبق الاتفاق عليه ، اذ اننا بصدد التعامل مع حاصل جمع مجموعة من المتغيرات العشوائية الأمر

الذى يقتضى ضرورة توافر مجموعة من الشروط حتى يمكن فى ضوءهـــا الاجابة على التساؤلات السابقة بطريقة علمية سليمة وفيما يلى نورد هـــذه الشـــروط :

١) ضرورة استقلالية الأنشطـــة بعضها عن بعـــــــــــض - independency .

٢) أن المسار الحرج يتضمن عدد كبير من الأنشطة ، وعلى أقل تقديـــر يجب ألا تقل عدد هذه الأنشطـــة الحرجه عن أربع أنشطة .

٣) أنه يمكن تجاهل جميع الانشطة التى لاتقع على المسار الحرج .

وبتوافر الشرطين ١ ، ٢ فانه يمكن تطبيق نظرية النزعة المركزيـــة Central Limit Theorem (CLT) والتى بمقتضاهـــا يمكن اعتبار أن وقـــت تحقق الحدث n بمثابة متغير عشوائى يأخذ شكل التوزيع المعتدل ، ونرمز لـــه بالرمز T_n ، وأن هذا المتغيرالعشوائى له متوسط g_n والذى يتمثل فى طول المســـار الحرج $T(\pi_c)$ وتبايـــن σ_n^2 ، حيث أن :

$$g_n = \sum_{u \in \pi_c} E(Y_u) = \sum_{u \in \pi_c} \bar{y}_u$$

$$\sigma_n^2 = \sum_{u \in \pi_c} \sigma_u^2$$

أى أن متوسط مجموع الأوقات هو مجموع متوسطات الأوقـــات وأن تباين المجموع هو مجموع التباينـــات .

وباستخدام خصائص التوزيع المعتدل فانه يمكن تحديد الاحتمـــال

الخاص بتحقق حدث النهاية n قبل ميعاد محدد وليكـــــــن
$t_n(s)$ وذلك كما يلى :

$$P_r \{ T_n \leqslant t_n(S) \} = \Phi \left\{ \frac{t_n(S) - g_n}{\sigma_n} \right\}$$

ويفيد الشرط الثالث في تجنب التحيز bias الذى قد ينشـــأ عند أحداث الالتقاء merging events فاذ استغرق النشاط 5-8 في المثال السابق وقتا أكبر من أربعة أيام فسوف يؤثر ذلك على وقـــت تنفيذ المشروع فقد لا يظل ١٥ يوما كما سبق الحساب، اذ أن الوقـــت الخاص بتحقق احداث الالتقاء لا يتوقف فقط على طول أطول نشاط يصـــب في هذا الحدث وانما يتأثر أيضا بعدد الأنشطة التى تنتهى فى هـــذا الحدث اذ كلما زاد عدد الأنشطة كلما زاد احتمال عدم تحقق الحـــدث فى الميعاد الخاص بأطول نشاط. فالاحتمال الخاص بوصول آخر مدعو في حفل عـــام يتزايد مع زيادة عدد المدعويـــن ولا يتوقف فقط على ميعاد وصول المدعو المتواجد فى أبعد مكان عن موقع الاحتفال .

ولاشك أن درجة التحيز تزداد في أحداث الالتقاء الخاصـــــة بعدة أنشطة ، لاسيما اذا اقتربـــت جميعها في ميعاد الانتهاء الخاص بها .

ولتحديد الوقت المتوقع لتحقق أحداث المشروع فانه يلزم الامـــــر تحديد الوقت المتوقع لكل نشاط وهو الأمر الذى يتوقف على التوزيـــــع الاحتمالى للوقت الخاص بهذا النشاط الأمر الذى يحتاج الى جهـــــود كبيرة لتحديد التوزيعات الاحتمالية لجميع أوقات الأنشطـــــة u .

ولذا افترض المبرمجون الاوائل لطريقة PERT مجموعة اضافيـــــــة من الفروض والتى يمكن اعتبارها مقبولة الى حد كبير وذلك بدلا مـــــن اللجوء الى تحديد التوزيعات الاحتماليــــة Probability (PDF) Distribution Function لكل الأوقات Y_u ، وهذه الشروط الاضافية هى :

٤ ـ أن التوزيع الاحتمالى لوقت النشاط Y يمكن اعتباره بمثابــــــة توزيع بيتــا Beta .

٥ ـ أن متوسط الوقت والتباين الخاص بكل نشاط يمكن حسابه بشكـل تقريبى مخالف قليلا لحساب المتوسط والتباين لتوزيع بيتــا Beta المفترض وذلك كما يلى :

$$Y_u = \frac{a_u + 4\ m_u + b_u}{6}$$

$$\sigma_u^2 = \left(\frac{b_u - a_u}{6}\right)^2$$

حيث

a_u تمثل الوقت المتفائل لاداء النشاط .

b_u تمثل الوقت المتشائم لأداء النشـــاط .

m_u الوقت الأكثر احتمالا لأداء النشاط (المنوال الخاص بالتوزيع الاحتمالى Y_u) .

وبالتالى فانه يكفى تحديد m_u ، b_u ، a_u حتى يمكـــن تحديد $\bar{Y}_u$ ، ${\sigma_u}^2$ وهما بدورهما يستخدمان فى تحديد المسار الحرج CP وتحديد مدى امكانية تنفيذ المشروع فى ميعاد محـدد •

١/٦ : قواعـد عامه يجب الاسترشـاد بها عندتحديد m_u ، b_u ، a_u :

رغم وضوح التعريفـات الخاصة بكل من m_u ، b_u ، a_u عنـد تحديد أوقات الأنشطة u فهناك مجموعة من القواعد أو النقاط التى تساعدفىتقدير هذه الأوقـات بطريقة دقيقـة والتى نذكرهـا فيما يلى :

١ ــ ان حجر الزاوية فى اعتبار وقت تحقق المشروع T_n بمثابة متغـير عشوائى يأخذ شكل التوزيع المعتدل يتوقف أساسا على ضـرورة توافر شرط الاستقلالية بين الأنشطة المختلفة • ولذا يجب مراعـاة الاستقلالية التامة عند تحديد m_u ، b_u ، a_u الخاصة بالنشـاط محل البحث ودون التأثر بالمره بما سوف يحدث بالنسبة للأنشطـة الأخرى والتى بالتالى قد تؤثر على مدى توافر الموارد أو العمالـة اللازمة لأداء النشاط محل البحث •

٢ ــ لايجب أن يتم تقدير m_u ، b_u ، a_u فى ضوء الوقت المتبقى لتنفيـذ المشروع • فلايجب مراجعة الأوقـات بما يتفق مع الميعـاد المخصص للانتهاء من المشروع وانما يتم مراجعتها فقط اذا ماطرأت تغيرات على طبيعة النشاط أو عندما يحدث تعديل فى الأيـدى العاملة أو الموارد المتاحة لأداء النشـاط •

٣ ــ يجب عند وضع هذه التقديرات أن يكون واضحا للقائمين بها أنهـا

لاتمثل التزاما بالتنفيذ فى ميعاد محدد وانما هى مجــــرد تقديرات لأوقات أداء هذه الأنشطـــة •

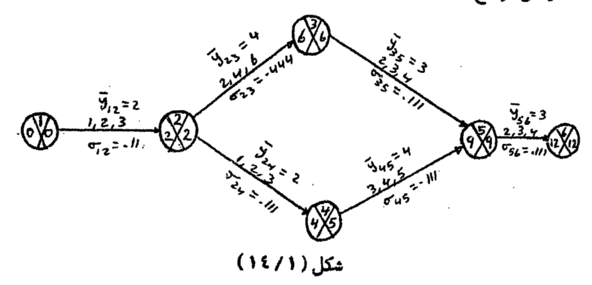
٤ — لايجب أن تتضمن هذه التقديرات مسموحات لمواجهة أعمـــال قليلا ماتحدث والتى يصعب النظر اليها على أنها متغــيرات عشوائية مثل حدوث حرائق هائلـة أو فياضانات أو حـــروب ••••• الخ •

٥ — على العكس يجب أن تتضمن التقديرات مسموحات لمواجهـــة الأحداث الممكن اعتبارها متغيرات عشوائية كالتغيرات فـــى الطقس ••••• الخ •

٦/٢ كيفية حساب الاحتمال الخاص بتنفيذ المشروع فى وقت محدد :

Probability of Meating a Schecluled Date:

يمكن توضيح ذلك بالمثال التالى :



شكل (١/١٤)

$$\bar{y}_{12} = \frac{1+4x2+3}{6} = 2 \quad \sigma^2_{12} = (\frac{3-1}{6})^2 = .111$$

$$\bar{Y}_{23} = \frac{2+4x4+6}{6} = 4 \quad \sigma^2_{23} = (\frac{6-2}{6})^2 = .444$$

$$\bar{y}_{2u} = \frac{1+4x2+3}{6} = 2 \quad \sigma^2_{24} = (\frac{3-1}{6})^2 = .111$$

$$\bar{Y}_{35} = \frac{2+4 \ x \ 3 + 4}{6} = 3 \quad \sigma^2_{35} = (\frac{4-2}{6})^2 = .111$$

$$\bar{Y}_{45} = \frac{2+4x4+5}{6} = 4 \quad \sigma^2_{45} = (\frac{5-3}{6})^2 = .111$$

$$\bar{y}_{56} = \frac{2+4 \ x \ 3+ \ 4}{6} = 3 \quad \sigma^2_{56} = (\frac{4-2}{6})^2 = .111$$

ويتم تحـديد g_n ، σ_n كما يلى :

١) يتم تحديد الوقت المتوسط لأداء كل نشـاط .

٢) يتم تحديد المسار الحرج π_c ليكون هو 6-5-3-2-1

٣) يكون المتغير العشوائى T_n المعبر عن تحقق حدث النهايـة بمثابة مجموع المتغيرات العشوائية الخاصة بأوقات الأنشطـة الحرجه أى أن :

$$T_n = T_{12} + T_{23} + T_{35} + T_{56}$$

ويأخذ المتغير T_n شكل التوزيع المعتدل، ويكون متوسطـه وتباينه كما يلى

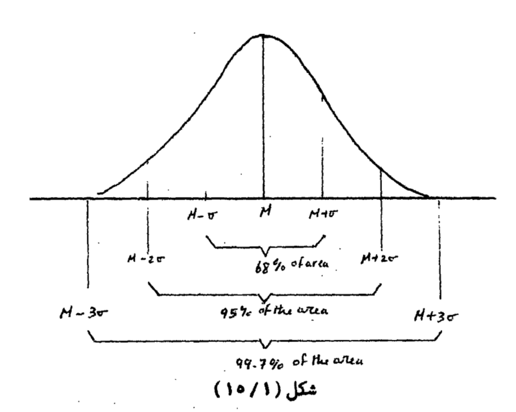
$$g_n = \sum_{u \in \pi_c} y_u = 2+4 + 3 + 3 = 12$$

$$\sigma^2_n = \sum_{u \in \pi_c} \sigma^2_u = .111+.444+.111+.111$$

$$= .777$$

$$\Longrightarrow \sigma_n = \sqrt{.777} = .881$$

ونشير هنا الى أن معالم المتغير T_n الخاص بوقت المشروع والـذ ى يخضع للتوزيع المعتد ل تتحد د تماما بمعرفة كل من المتوسط والتبايـــن اذ أن منحنى التوزيع المعتد ل كما هو معروف يأخذ الشكل التالى :



شكل (١/١٥)

٦/٣ كيفية حساب الاحتمال الخاص بامكانية تنفيذ المشروع قبل الميعاد المحدد:

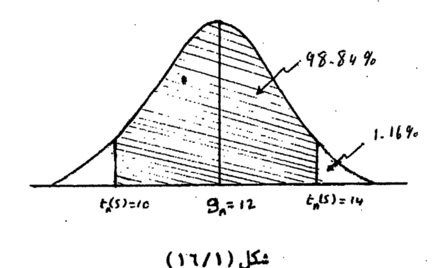
The probability of Meating an Arbitrary Scheduled Date:

فاذا كان المطلوب فى المثال السابق هو حساب الاحتمال الخاص بتنفيذ المشروع فى حدود ١٤ يوما كان معنى ذلك أن المطلوب :

$$Pr\left\{ T_n \leq t_n(S) = 14 \right\} = \phi\left\{ \frac{t_n(S) - g_n}{\sigma n} \right\}$$

$$= \phi\left\{ \frac{14 - 12}{.881} \right\}$$

$$= \phi(2.270) = .98840 = 98.84\ \%$$



شكل (١٦/١)

أى أن الوقت المتوقع للانتهاء من تنفيذ المشروع السابق هــو ١٢ يوما وأن الاحتمال الخاص بتنفيذ المشروع فى مدة أقصاها ١٤ يوما هــــو 98.84 % .

ونشير هنا أن احتمال أن يأخذ المشروع مدة أكبر من ١٤ يوما هــو 1.16 % وهذا الاحتمال هو نفس الاحتمال الخاص بتنفيذ المشــروع فى مدة أقصاها ١٠ أيام . ويرجع ذلك الى تماثل المنحنى المعتدل .

اذ أن

$$Pr\left\{T_n \leqslant t_n(S)=10\right\} = \Phi\left\{\frac{10-12}{.881}\right\}$$

$$= \Phi(-2.270)$$

$$= 1-\Phi(2.270)$$

$$= 1-.9884=.116=1.16\%$$

ويزداد الاحتمال الخاص بامكانية التنفيذ كلما قلت قيمه σ وعلى العكس يقل الاحتمال كلما زادت قيمة σ والتى تعكس مدى التشتت فى الأوقات الخاصة بالتنفيذ ، ففى المثال السابق اذا كانت $2.735 = \sigma^2$ أى أن $\sigma=1.654$ فان الاحتمال الخاص بالتنفيذ فى حدود ١٤ يوما يقل كما يلى :

$$Pr\left\{T_n \leqslant t_n(S) = 14\right\} = \Phi\left\{\frac{14-12}{1.654}\right\} = \Phi(1.2) = 89\%$$

ويكون الاحتمال الخاص بالتنفيذ فى حدود ١٠ أيام كما يلى :—

$$Pr\left\{T_n \leqslant t_n(S)=10\right\} = \Phi\left\{\frac{10-12}{1.654}\right\} = \Phi\left\{-1.2\right\} = 1-\Phi\left\{1.2\right\} = 11\%$$

وقد يثار السؤال بطريقة أخرى وهو تحديد الحد الأقصى للوقت اللازم لتنفيذ المشروع والذى يمكن للمشروع الالتزام به بدرجة ثقة معينة • كأن يكون السؤال فى المثال السابق ، ماهو الحد الأقصى الممكن للمشروع التفاوض على امكانية تنفيذ المشروع فى حدوده بالشكل الذى يزيد احتمال تحقق ذلك الى 95% أى المطلوب تحديد $t_n(S)$ بحيث أن :

$$i.e \quad Pr\left\{T_n \leqslant t_n(S)\right\} \geqslant 95\%$$

وتكـون $t_n(S)$ عنـد $\sigma = 1.654$ كما يلى :

$$\Phi\left\{\frac{t_n(S)-12}{1.654}\right\} = \Phi\{1.65\}$$

وهنا نلاحظ $\Phi\{1.65\}$ هى المقابلـة لاحتمال

$$\Longrightarrow \frac{t_n(S)-12}{1.654} = 1.65$$

$$\therefore\ t_n(S) = 1.65 \times 1.654 + 12 = 14.7$$

٦/٤ الاحتمال الخاص بتنفيذ جانب معين من المشروع فى وقت محدد :

The Probability of Meating an Arbitrary Scheduled Date of Subnetwork :

فقد تهتم ادارة المشروع بجزء معين من شبكة الأعمال له بدايـة ونهاية محدده داخل الشبكة الكلية للمشروع. فهنا يكون الاحتمال الخاص بتنفيذ هذا الجزء فى وقت محدد هو احتمال مشـــروط Conditional Probability بأن الاحداث السابقة على حـــدث البداية قد تمت فى المواعيد السابق تحديدها بالنسبة لها أى أننـــا نفترض أن التباين الخاص بالأحداث السابقة بأنها = صفر.

٦/٥ بعض الملاحظات الخاصه عند حساب الاحتمالات :

Some Probablistic Considerations :

لقد لاحظنا فيما سبق أن هناك العديد من الافتراضات والـــتى أمكن فى ضوءها الوصول الى النتائج السابقة. ويثار السؤال هنا حـــول مدى صلاحيـــة - Validity هذه الافتراضات كأساسا لبنـــاء

النموذج • اذ أن النظرة الفاحصة تبين الحاجه الى ضرورة ادخال تعديلات جوهرية حتى يمكن قبول النموذج كأساس علمى للتعبير عن هذا النوع من المشاكل ، اذ أن نموذج PERT بشكله الحالى عرضه للكثير من الانتقادات التى يمكن أن نوردها فيما يلى :

١) لا شك أن الافتراض الخاص بأن توزيع الأوقات يخضع لتوزيع بيتا (Beta DF) هو افتراض مقبول وصالح فى كثير من الأحيان ، الا أن هناك ولا شك بعض الحالات التى يكون فيها منطقيا أيضا افتراض توزيع آخر للوقت الخاص ببعض الأنشطة • فقد تمثل القيم a,b على سبيل المثال الحد الأدنى والأعلى الذى يمكن أن يأخذه وقت التنفيذ • وأن الاحتمال الخاص الذى يأخذه أى وقت للتنفيذ مابين a,b هو احتمال متساوى. ففى هذه الحالة يكون التوزيع الاحتمالى الاكثر ملائمة لهذه الحالة هو التوزيع المتساوى Uniform PDF على المسافة المغلقة من الجانبين [a,b] •

٢) قد لاتتوافر الخبرة الكافية للأفراد الذين يقومون بوضع التقديرات الخاصه بالقيم a,b,m كما قد تختلف هذه التقديرات وفقا لشخصية القائم بالتقدير فيكون البعض محافظا والبعض الآخر متساهلا فى وضع هذه التقديرات • كما أنه عادة ماتكون هذه التقديرات متحيزه للقيم التى يشعر واضع التقدير أنها تتفق وتقديرات بعض كبار المسئولين فى المشروع •

٣) اللجوء الى التبسيط فى تقدير المتوسط والتباين الخاص بوقت كل نشاط اذ يفترض أن المتوسط = $\frac{a + 4m + b}{6}$

والتبايـــن • = $\left(\frac{b-a}{6}\right)^2$

٤) اننا افترضنا أن المسار الحرج هو المسار الوحيد الذى يتحكـــم فى وقت المشروع مهملين بذلك الأوقـات الخاصة بالمسارات الأخرى ، فاذا كان هناك عدة مسارات من نقطة البداية حتى نقطـــــة النهاية ولتكـن $\pi_1, \pi_2, ---, \pi_r$ وبالتالى فـان T_n يكـون فى حقيقة الأمر كما يلى :

$$T_n = \max_j \{ T(\pi_j) \}$$

ويترتب على هذه النقطة مجموعة الحقائق التالية :

٤/١ : اننا افترضنا استقلالية هذه المسارات الأمر الذى ليس صحيحا خاصة اذا ماكانت هناك بعض الأنشطة المشتركة على أكثر مـن مسار.

٤/٢ : وحتى بغرض تحقيق الاستقلالية لكل مسار عن المسارات الأخرى ولكل نشاط داخل المسار الواحد عن الأنشطة الأخرى بحيـــث أمكن اعتبار أن التوزيع الخاص بالوقت الخاص بكل مسار هـــو التوزيع المعتدل ، فان التوزيع الخاص بوقت تنفيذ المشـروع ككل T_n لايمكن اعتباره انه توزيع معتدل اذ أن المتغـــير الذى يأخذ القيمة القصوى لقيم عدة متغيرات لها شكل التوزيع المعتدل لايكون هو نفسه توزيعا معتدلا .

اذ يكون التوزيع الاحتمالى لـ T_n هو حاصل ضرب التوزيعـــات الاحتمالية المعتدلة للمسارات المختلفة ولايشترط بالضرورة أن يكــون

توزيع T بذلك توزيعا معتدلا ، أى أن :

$$Pr\{T \leq T\} = Pr\{max\ (\ T\ (\pi_1)\ ,\ T(\pi_2), \ldots\ldots, T(\pi_r) \leq T\}$$

$$= Pr\{T(\pi_1) \leq T,\ T(\pi_2) \leq T, \ldots\ldots\ldots, T(\pi_r) \leq T\}$$

$$= \prod_{k=1}^{r} Pr\{T(\pi_k) \leq T\}$$

٤/٣ : وحتى اذا افترضنا أن التوزيع الاحتمالى لـ T_n هو توزيع معتدل فان الوقت المتوقع لتنفيذ المشروع سوف يكون دائما متفائلا ويزداد ذلك بصفة خاصة كلما زادت عدد المسارات المتوازية التى تلتقى عند حدث النهاية ، كما أن التباين المحسوب سوف يكون متحيزا أيضا ولكن قد يكون هذا التحيز اما بالزيادة أو بالنقص .

٥ ـ : كما يتوقف درجة الخطأ وفقا للشكل الخاص بشبكة الأعمال ففى حالة وجود مسار خاص أطول بشكل كبير من باقى المسارات فى شبكة الاعمال فهنا تقترب طريقة PERT من الدقة ويكون الخطأ المتوقع فقط على مستوى التقديرات الخاصة بالأنشطة .

ولكن فى حالة وجود أكثر من مسار وكان الوقت المتوقع لهذه المسارات متقاربا فان الوقت المتوقع لتنفيذ المشروع وتباينه يكون مرتبطا فقط بأكثر المسارات طولا وذلك رغم تأثره بشكل كبير بالمتوسط والتباين الخاص بكل من المسارات الأخرى التى تقترب فى متوسطها من المسار الحرج .

الا أن تأثير هذه المسارات على المسار الحرج يقل فى حالة اشتراك هذه المسارات مع المسار الحرج فى عدة أنشطة •

ولذا يتطلب الأمر لبناء نموذج احتمالى دقيق لشبكة الأعمال ضرورة أخذ هذه النقاط فى الحسبان الأمر الذى يجعلها مختلفة تماما عن نموذج PERT وهذا ماحدانا الى القول فى مقدمة هذه المذكرات الى ضرورة التفرقة بين النماذج ذات الأوقات المؤكده والأوقات الاحتمالية Deterministic Activty Network Vs Probabilistic Activity Network وذلك بدلا من استخدام CPM & PERT كأساس للتفرقة •

٦/٦ مثال يوضح الاجابة على بعض الأسئلة التى تهم المدير المسئول عن المشروع :

نفرض أن هناك تسعة أنشطة حرجه ، يمثل الوقت اللازم لتنفيذها المسار الحرج لمشروع ما وكان المتوسط الخاص بتنفيذ هذه الأنشطة هو 7.05 يوما والتباين 47. يوما • ونفرض استقلالية أداء هذه الأنشطة ونظرا لأن عدد الأنشطة الحرجه > 4 وأن النشاط الحرج أطول من باقى المسارات الأخرى بشكل واضح فانه يمكن تطبيق نظرية CLT وبالتالى يمكن الاجابة على التساؤلات التالية :

١ - ماهو الوقت المتوسط لأداء هذا المشروع $T_n(5)$ (المسار الحرج) الذى يمكن للمشروع الالتزام به بدرجة ثقة 90% على الأقل •

أى المطلوب تحديد $t_n(5)$ التى يكون عندها التنفيذ $\geq 90\%$.

i.e $Pr\{T_n \leq t_n(s)\} \geq 90\ \%$

$$\Longrightarrow \Phi\left\{\frac{t_n(s)-g_n}{\sigma_n}\right\} = \Phi\ (1.28)$$

$$\Longrightarrow \quad t_n(s) - 7.05 = .47 \times 1.28$$

$$t_n(s) = 7.05 + .47 \times 1.28 = 7.65 \text{ days.}$$

٢) ماهو الاحتمال الخاص بامكانية تنفيذ المشروع بحد أقصى 7 يــــوم

$$P_r\{T_n \leq t_n(s)=7\} = \Phi\left\{\frac{7-7.05}{.47}\right\} = (-.106)$$

$$= 1- \Phi\ (1.06)$$

$$= 1-5636 = .4364$$

$$= 43.64\ \%$$

واذا أريد رفع احتمال التنفيذ فى ٧ أيام الى 90 % كان معنى ذلك أنه يجب تخفيض المتوسط عن 7.05 وذلك عن طريق ادخال بعـــض التغيرات التكنولوجية فى أداء بعض الأنشطة وتكون قيمة g_n اللازمـــة لتحقيق ذلك كما يلى :

$$P_r\ \{T_n \leq t_n(s)=7\} \geq 90\ \%$$

$$\Phi\left(\frac{t_n(s) - g_n}{\sigma_n}\right) = \Phi\ (1.28)$$

i.e $\frac{7-g_n}{.47} = 1.28 \qquad g_n = 7 - .47 \times 1.28$

i.e $g_n = 7 - .60 = 6.40$

أى يجب ادخال تعديلات جوهرية على أداء بعض الأنشطـــة بحيث يكون متوسط الوقت اللازم لأداء الأنشطة 6.40 وليس 7.05 بتخفيض قدره .65 يوما • ويمكن الوصول الى النتائج المرغوبة أيضــا

عن طريق التأثير فى قيمة التباين وبالتالى الانحراف المعيارى لهـــذه الأنشطة أو بمزيج من التأثير على كل من المتوسط والتباين الخاص بهذه الأنشطة .

٦/٧ تحديد المسار الحرج بالنظر الى شبكة الأعمال على أنها شبكة تدفقات :

A Flow- network Interpretation For the Determination of the CP :

لاتحتوى شبكات الأعمال على أى تدفقات من نوع ما ، فهى عبـــارة عن مجموع من الأنشطة والأعمال اللازمه لتحقق أحداث معينة . الا أنـــه ولأغراض حساب المسار الحرج CP فانه يمكن النظر الى شبكة الأعمـــال على أنها شبكة تدفقات والتى يتم فيها مرور وحدة ما ابتداء من حـــدث البداية (١) لتنتهى عند حدث النهاية (n) وبالتالى ننظر الى الوقت y_{ij} على أنه الوقت اللازم لنقل هذه الوحدة من الحدث (i) الـــى الحدث (j) أو يمكن النظر الى y_{ij} على أنها مقدار المنفعـــة Utility المحققة لنقل الوحدة من الحدث (i) الى الحدث (j) ، ويكون تحديد المسار الحرج بذلك هو المسار صاحب أكبر وقت لنقـــل هذه الوحدة من الحدث (١) الى الحدث (n) أو هو المسار صاحـب أكبر منفعة (maximum Utility)

وتحقق هذه النظرة مجموعة من المزايا نوردها فيما يلى :

١ ـ امكان التعبير عن المشكلة الخاصة بتحديد المسار الحرج كمشكلـــة برمجه خطية الأمر الذى أدى الى الوجود الفورى لطريقة حـــل ثنائية Immediate Dual Algorithm .

٢ — أن جميع النظريات الخاصة بالبرمجة الخطية وشبكات التدفقات تكون متاحة للاجابة على الاسئلة المختلفة كتلك الخاصة بتحليل الحساسية • ويزيد من أهمية ذلك أن هذه النظريات مبنية على أرض صلبة ولها نتائج باهرة •

٣ — أن هذا النموذج يعد مدخلا لنماذج أخرى احتمالية أكثر تعقيدا •

فاذا نظرنا الى الوحدة المارة من الحدث (i) فى الاتجاه الى الحدث (j) بـ $X_{ij} \geqslant 0$ وكانت المنفعة المحققة هى y_{ij} فان نموذج البرمجة الخطية يكون كما يلى :

$$\max \sum_{(ij) \in A} y_{ij} x_{ij}$$

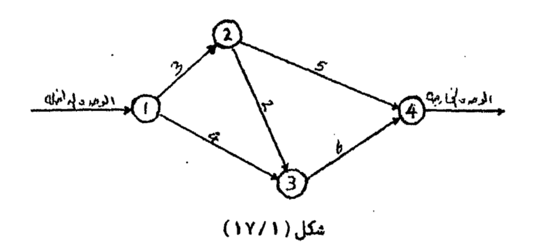
$$\text{S.t} \quad \sum_{i \in a(1)} X_{1i} = 1$$

$$-\sum_{i \in B(j)} x_{ij} + \sum_{k \in a(j)} x_{jk} = 0 \qquad j=2,3,\ldots n-1$$

$$-\sum_{i \in B(n)} x_{in} = -1$$

$$X_{ij} \geqslant 0$$

ويمكن توضيح ذلك بمثال كما يلى :



شكل (١٧/١)

$$\max 3 = 3x_{12} + 4x_{13} + 2x_{23} + 5X_{24} + 6x_{34}$$

S.t

$$x_{12} + x_{13} = 1$$

$$-x_{12} + x_{23} = 0$$

$$-X_{13} - X_{23} + x_{34} = 0$$

$$-X_{24} - X_{34} = 1$$

$$X_{ij} \geqslant 0$$

وهنا نلاحظ أن مجموعة الـ X_{ij}'s التى تحقق المعادلات السابقة أما أن تأخذ القيم صفر أو تأخذ القيم واحد صحيح وذلك على المسار الذى يحمل الوحدة المارة من المنبع الى المصب. وبالتالى فان دالة الهدف التى تهدف الى تعظيم منفعة الوحدة الماره أى تحديد أطول

مسار تؤدى بالتالى الى تحديد المسار الحرج •

ويكون النموذج الثنائى للمسألة السابقة كما يلى :

$$
\begin{array}{llllll}
\min & W_1 - W_4 & & & & \\
S.t & W_1 - W_2 & & & \geqslant 3 & X_{12} \\
 & W_1 & - W_3 & & \geqslant 4 & X_{13} \\
 & W_2 & - W_3 & & \geqslant 2 & X_{23} \\
 & W_2 & & - W_4 & \geqslant 5 & X_{24} \\
 & & W_3 & - W_4 & 6 & X_{25}
\end{array}
$$

W_i 's unrestricted in sign

ويمكن التعبير عن النموذج الخاص بالمسألة الثنائية فى شكله العام كما يلى :

$$\min \quad Z = W_1 - W_n$$

$$W_i - W_j \geqslant y_{ij} \quad \forall (ij) \quad A$$

W_i 's unrestricted in sign

ويلاحظ هنا امكان الوصول فوراالى الحل الامثل للمسألة الثنائية اذ تحتوى كل متباينه على متغيرين فقط وبالتالى فان أقل قيمة لدالة الهدف يمكن أن تتحقق بفرض أى قيمة ما لـ W_1 أو W_n ثم تحديد

باقى القيم فى ضوء هذه القيمة المختارة اذ أن العبرة هنا فى تحديــد الفرق بين W_1 ، W_n وجعله أقل مايمكن وبالتالى فان تحديد قيمة ما لـ W_1 سوف يؤدى الى أن تأخذ W_n قيمة أخرى محددة بحيث يكــون $W_1 - W_n$ أقل مايمكن. فاذا افترضنا أن $W_1 = 0$ فانه يمكن كتابـة المسألة الثنائيــة كما يلى :

$$\min \quad - W_4$$

$$\text{S.T} \quad W_2 \leqslant W_1 - 3$$

$$W_3 \leqslant W_1 - 4$$

$$W_3 \leqslant W_2 - 2$$

$$W_4 \leqslant W_2 - 5$$

$$W_4 \leqslant W_3 - 6$$

ويتبين لنا أن تقليل قيمة دالة الهدف معناه زيادة القيمـــــــة المطلقة لـ W_4 الا أنه من القيود يتبين أن الحد الأقصى للقيمه التـــى يأخذها المتغير W_4 تتوقف على الحد الأقصى للقيمه التى يأخذهـــا المتغير W_3 ، W_2 وهذه الأخيرة تتوقف على قيمة W_1 . وحيـــــث اننا افترضنا $W_1 = 0$ اذا الحد الأقصى لقيمة W_2 هى -3 وتكــون بذلك القيمة القصوى لـ W_3 هى $5-$ وبالتالى فان أقصى قيمـــــة لـ W_4 هى $11-$ حيث أن $W_4 \leqslant -8$ ، $W_4 \leqslant -11$)

وبالتالى يكون الحل الأمثل بفرض أن $W_1^* = 0$ كما يلى :

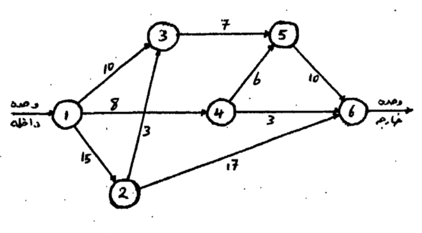
$$W_1^* = 0 \quad W_2^* = -3, \quad W_3^* = -5 \quad W_4^* = -11, \; Z = 11$$

ونلاحظ هنا تحقق القيد الاول والثالث والأخير فى شكل متساويـــة على عكس القيد الثانى والرابع وبالتالى فان $X_{13}^*, X_{24}^* = 0$ ووفقـــا للنظرية الثنائية ، بينما يمكن للمتغيرات الأخرى X_{12}, X_{23}, X_{25} أن تأخذ قيم لاتساوى صفرأى تأخذ القيمه واحد صحيح فى هذه الحالـة (المتغيرات X_{ij} تأخذ القيم صفر أو واحد فقط) وبالرجوع الى المسألة الأصلية Primal تصل الى الحل الأمثل والذى يتمثل فى

$$X_{12}^* = 1, \quad X_{13}^* = 0, \quad X_{23}^* = 1, \quad X_{24}^* = 0$$

$$X_{34}^* = 1, \quad Z = 11$$

<u>مثال</u> : أوجد المسار الحرج باستخدام البرمجة الخطية والنظرية الثنائيـة لشبكة الأعمال التالية :



شكل (١ / ١٨)

١ ـ اذا أعطيت مجموعة من الانشطة بينها علاقات تتابعية كما يلى :

النشـاط	الأنشطة السابقـة مباشرة له
A	-
B	-
C	-
D	-
E	B,C,D
F	A,B,C,D
G	A,B,C,D
H	F,G,I
I	A,B,C,D
J	O,E,N
K	B,C,D
L	K
M	B,C,D
N	B,C,D
O	A,B,C,D

فالمطلوب : رسم شبكة الاعمال التى تعبر عن هذه الأنشطة علـى أن يكون للمشروع بداية واحدة ونهاية واحدة وبشرط استخدام الانشطـــــة الوهمية فى أقل نطاق ممكن •

٢ ـ اذا كانت الانشطة الخاصة بمشروع ما والعلاقات التتابعية بينهما كما يلى :

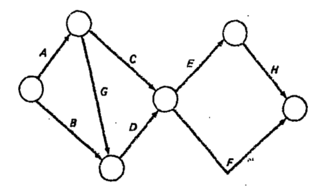
النشاط	الانشطة السابقة اللازمة لبدأ النشاط
A	-
B	A
F	A
H	A
C	B
D	B
E	C
G	F
I	F
J	H
K	I,J
L	G,D , E
M	K
N	L , M

فالمطلوب : التعبير عن هذه الانشطة فى شكل شبكة أعمال مع استخدام الانشطة الوهمية فى أقل نطاق ممكن •

٣ـ اذا كانت الانشطة الخاصة بمشروع ما والعلاقات التتابعية بينهما كما يلى :

النشـــاط	الانشطة السابقة واللازمة لبدأ النشاط
A	-
B	-
C	A
D	B , G
E	C , D
F	D
G	A
H	E

فاذا تم التعبير عنها بطريقة غير سليمة كما فى الشكل التالى :



فالمطلوب تصحيح هذا الشكل عن طريق استخدام نشاط وهمى واحد فقط.

٤ ـ اذا اضيف النشاط 7 ـ 5 الى مجموعة الانشطة الخاصة بشبكة الاعمال (١/١١) وكان الوقت اللازم لاداء هذا النشاط هو يوم واحد فقط

هل سوف تؤدى هذه الاضافة الى تغييرالاوقات الخاصة ببداية ونهاية كل نشاط أم ستظل هذه الاوقات على ماهى عليه ؟

٥ ـ اذا كانت تقارير سيرالعمل لشبكة الاعمال (١/١١٠) عن نهاية اليوم الخامس لبدأ المشروع تبين مايلى :

النشاط	وقت البداية	وقت النهاية	ملاحظات
1- 0	1	3	-
2- 1	5	-	-
3- 0	0	2	-
4- 3	3	-	-
7- 3	2	-	-
6- 0	5	-	-
8- 5	-	-	يتوقع أن يزيد وقت تنفيذ النشاط عما هو مقدر بأربعة أيام

أ ـ ماهوموقف تنفيذ المشروع الحالى ومامدى امكانية الانتهاء من المشروع فى الميعاد السابق تحديده وهو ١٥ يوما ؟

ب ـ ماهى الانشطة التى يجب الاسراع فى تنفيذها لتعويض التأخير الحادث فى تنفيذ المشروع ؟

الفصـل الثانـي

جدولة أنشطـة شبكات الأعمال ـ النماذج الرئيسيـة

Schecluling The Activities of A Network Bosic Sheduling Models

---

١ ـ مقدمـة :

لقد بينا فى الفصل السابق امكانية التعبير عن المشروعات فـى شكل شبكة أعمال • ثم بينا كيفية تحديد الأوقات المبكرة والمتأخرة لكـل حدث وذلك فى حالة معرفة الأوقات الخاصة بكل نشاط • وفى ضـوء هذه البدايات المبكرة والمتأخرة للأحداث أمكن تحديد الفائض المتـاح لكل نشـاط•

ولقد افترضنا فى هذا الفصل السابق أن الموارد اللازمه لتنفيـذ هذه الأنشطة موارد متاحة بكميات كبيرة وبالتالى يمكن تجاهل الأثـر الخاص بمدى توافر هذه الموارد عند جدولة أنشطة المشروع • وفى هذا الفصل سوف ندرس أثر وجود الموارد بكميات محدودة على جدولة أنشطة المشروع اذ فى ظل هذه الموارد المحدودة سوف تزداد الأمور تعقيـدا بطبيعة الحال فقد كان هناك على سبيل المثال مفهوم واضح وبسيـط ومحدد لأنواع الفائض المتاح لكل نشاط فالفائض الاجمالى للنشـاط $S_{ij} = t_j(L) - t_i(E) - y_{ij}(ij)$ [1] يتم تحديده بطريقة وحيدة وذلك كنتيجة طبيعية لوجود قيم واحدة ومحددة لكل من $t_i(E)$, $t_j(L)$ الا أن الأمر سوف يختلف فى ظل وجود موارد محدودة فلا يتوقف تحقـق

الأحداث على أوقات الأنشطة فقط بل أيضا على مدى توافر المـــوارد اللازمة لتنفيذ هذه الأنشطة . كذلك الحال بالنسبة لتحديد المسار الحرج والذى سوف يتأثر بالتأجيل الذى سوف يحدث فى تنفيذ بعض الأنشطة بسبب عدم توافر الموارد اللازمة . ولا شك أن التقدم التكنولوجى الهائل الذى أدى الى توافر موارد ذات تكلفة عالية وبالتالى ضـــرورة أخذها فى الحسبان عند جدولة أنشطة المشروع بالاضافة الى تنـــوع الخبرات الفردية المطلوبة لأداء أنشطة المشروعات المختلفة قد أدى الى الاهتمام بهذه المشكلة والتى أصبحت تحظى باهتمام يفوق الاهتمام التقليدى بكل من PERT & CPM .

٢ — الجهود الخاصة بايجاد حلول مثلى لهذا النوع من المشاكل :

لقد أدى تعدد الموارد اللازم أخذها فى الحسبان عند جدولة أنشطة هذه المشروعات بالاضافة الى صعوبة التعبير عن هذه المشكلة فى شكل نماذج رياضية الى عدم امكانية تطوير حلول مثلى . اذ تمثلـــت الجهود المبذولة حتى الآن فى التعبير عن المشكلة فى شكل نمـــاذج خطية ذات أعداد صحيحة Integer Linear (ILP) Programming models وهو الأمـــر الذى يصعـــب معــــه وحـــــتى فى حالة استخدام الحاسبات الآلية الوصول الى الحـــل الأمثل . وقد أدى ذلك الى قيام كثير من الكتاب باقتراح عدة قواعد منطقية لحل المشكلة heuristics والتى تمكنا من الوصول الى حلـــول مرضية كثيرا ما تقترب من الحلول المثلى وذلك دون بذل جهد كبير فى سبيل الوصول الى ذلك . ونشير هنا الا أنه لايمكن تبنى مجموعة قواعـــد معينة تصلح لحل أى مشكلة ، اذ أن مجموعة القواعــــد heuristic

التى تتفوق فى حل مشكلة معينة قد لاتحقق نفس التفوق فى حل مشكلة أخرى • وعموما يمكن تصنيف مثل هذا النوع من المشاكل فى مجموعات متشابهة وذلك فى ضوء الهدف الأساسى المراد تحقيقه من وراء كل مشكلة • فاذا كان المتاح من كل مورد محدود العدد أو الكمية • فهل سوف يؤدى ذلك الى زيادة وقت المشروع ؟ واذا كان الأمر كذلك فما هو الحد الأدنى للوقت اللازم لتنفيذ المشروع ؟ أما اذا كان من الممكن زيادة العدد أو الكمية المتاحة من كل مورد فقد يكون السؤال المطروح خاص بتحديد الكمية التى يفضل للمشروع الاستعانة بها، وكذا قد تحتاج الادارة الى تحديد الأوقات المختلفة المتوقعة لتنفيذ المشروع فى ظل توافر مستويات مختلفة من الموارد حتى يتم فى ضوء ذلك تحديد المستوى الأمثل لهذه الموارد أخذا فى الحسبان تكلفة توفير هذه الموارد من ناحية والعائد الممكن تحقيقه من وراء تنفيذ المشروع فى مواعيد محددة من ناحية أخرى •

٣ — وصف طبيعة المشاكل الرئيسية والخاصة بجدولة الأنشطة :

Description of Basic Schecluling Problems

قبل تقسيم هذه المشاكل الى مجموعات متشابهة نود أن نشير الى أن هناك مجموعة من الافتراضات التى نفترض توافرها بصفة عامة والتى نوردها فيما يلى :

١ — أن لكل مشروع وقت بداية ونهاية محددة •

٢ — أن هناك تتابع منطقى لأداء أنشطة المشروع كما هو محدد بشبكة الأعمال •

٤ ـ أن حاجة كل نشاط من هذه الموارد ثابتة ومحدده مقدما •

وفى ضوء هذه الافتراضات العامة فانه يمكن تقسيم المشاكل الخاصة بجدولة الأنشطة الى ثلاث مجموعات رئيسية هى :

١ ـ حالة تخصيص موارد متاحة بكميات محدودة •
٢ ـ حالة تمهيد مستوى الموارد المطلوبه بفرض أنها متاحة بكميات غير محدودة •
٣ ـ الحالة الخاصة بالتخطيط طويل الأجل لما يجب توفيره من الموارد •

وفيما يلى سوف نبين مجموعة القواعد المنطقية heuristics اللازمة لحل كل مجموعة •

١/٣ ـ حالة تخصيص موارد متاحة بكميات محدودة :

Limited Resource Allocation :

هذه الحالة هى الأكثر انتشارا،وتظهر عندما يكون هناك حدود قصوى للكميات المتاحة من الموارد اللازمة لتنفيذ المشروع• ويتمثل الهدف فى هذه الحالة فى تقليل وقت تنفيذ المشروع وبالتالى محاولة الالتزام بالمواعيد المحددة قدر الامكان وذلك فى ظل القيود الخاصة بالكميات المحدوده من الموارد المتاحة •

٢/٣ : تمهيد المستوى المطلوب من كل مورد بفرض أنه متاح بكميات غير محدودة :

Unlimited Resource Leveling

فى هذه النوع من المشاكل يمكن لادارة المشروع توفير أى كمية من الموارد اللازمة لتنفيذ المشروع فى وقت معين وذلك كما هو الحال فى معظم مشروعات المقاولات. ويتمثل الهدف الذى نسعى الى تحقيقه فى هذه الحالة فى تخفيض تكلفة استخدام هذه الموارد وذلك عن طريق تحديد المستوى الأمثل اللازم استخدامه من كل مورد حتى نتفادى عمليات تجميع هذه الموارد ثم الاستغناء عنها عدة مرات أثناء تنفيذ المشروع والتى كثيرا ماتحمل المشروع نفقات كبيرة،ولذا فيتم جدولة الأنشطة بالشكل الذى يسمح بتخفيض التكلفة من خلال محاولة تحقيق الثبات النسبى Leveling فى المستوى المطلوب من كل مورد فى خلال فترة تنفيذ المشروع مع احتمال السماح بتحقيق التراكمات build up اللازمة مرة واحدة فى بداية المشروع للوصول الى هذه المستوى الثابت ،وكذا السماح بالتخلص من بعض أو كل هذه الموارد tapering off والنزول عن هذا المستوى الثابت فى نهاية حياة المشروع .

٣/٣ التخطيط طويل الأجل لما يجب توفيره من الموارد :

Long Range Resource Planning:

اذ قد تسعى الادارة الى التعديل فى كل من الموارد المتاحة من ناحية اوالمدد اللازمة لتنفيذ المشروع من ناحية أخرى حتى يمكن الوصول الى التوليفة المثلى التى تقلل التكلفة الخاصة بالابقاء على

مستوى معين من الموارد وكذا التكاليف الثابته وأيضا تكلفة عدم الالتزام بتنفيذ المشروع فى الميعاد المتفق عليه • أى تتضمن هذه المجموعة من المشاكل كيفية العمل على الموائمة بين أهمية عنصر التكلفة والوقت time - Cost trade-off والتى سوف نتناولها بشىء من التفصيل فى الفصل الثالث من هذه المذكرات •

ويتمثل الاتجاه الأساسى فى حل أى من هذه المشاكل السابقة فى ترتيب الأنشطة وفقا لمعيار ما ، فيتم ترتيب وجدولة الأنشطة وفقا لهذا المعيار وذلك بمجرد الانتهاء من الانشطة السابقة Predecessors لهذا النشاط وبشرط توافر الموارد المطلوبة • ويكون السؤال الهام خاص بماهية هذا المعيار الذى سوف يتخذ كأساس لترتيب هذه الأنشطة• ورغم تعدد المعايير فى هذا الصدد الا أن معظم الدراسات التى تمت فى هذا الصدد قد أشارت الى أهمية اعطاء الأولوية الأولى للأنشطة ذات الفائض الأقل ، على أن تعطى الأنشطة صاحبة أقل وقت للتنفيذ الأولوية الثانية أى فى حالة تساوى عدة أنشطة وفقا للمعيار الاول فيتم اختيار أحد هذه الأنشطة وفقا للوقت اللازم للتنفيذ اذ أن اختيار النشاط صاحب أقل وقت للتنفيذ يقلل من وقت الانتظار الخاص بباقى الأنشطة •

ونشير هنا الى صعوبة وضع معيار يلى المعيارين السابقين فى الأهمية اذ أن المعيار الذى يعد ملائما لأحد المشروعات لايعد ملائما لمشروعات أخرى•

وفيما يلى نبين بعض القواعد المنطقية heuristics —

المستخدمة فى حل كل من النوع الاول والثانى والثالث على أن نتناول النوع الأخير فى الفصل التالى لهذا الفصل بشئ أكثر تفصيلا •

٤ — القواعد المنطقية الخاصة بتخصيص الموارد المتاحة بكميات محدودة :

تتمثل الفكرة الأساسية لطريقة الحل heuristic فى جدولة الأنشطة وفقا للترتيب الخاص بها وبشرط ضمان الانتهاء من تنفيذ الأنشطة السابقة لها وكذا التأكد من توافر الموارد بالقدر الكاف الذى يسمح بالتنفيذ • ولتحقيق ذلك تم تعريف مجموعتين من الأنشطة • فتمثل المجموعة الأولى الأنشطة المسموح بجدولتها (EAS) The Eligible Activity Set وهى الأنشطة التى تم تنفيذ الأنشطة السابقة عليها • وتمثل المجموعة الثانية مجموعة الأنشطة ذات بداية مبكرة (Early St rt(ES أقل من الزمن الخاص بالجدولة أى أن $ES < T$ • فعند $T = 1$ يسمح فقط بجدولة الأنشطة ذات البداية المبكرة $ES \leqslant 1$ وعند $T = 2$ يسمح فقط بالأنشطة ذات البداية المبكرة $ES \leqslant 2$ وبشرط اتمام تنفيذ الأنشطة السابقة عليها • على أن يتم ترتيب الأنشطة داخل هذه المجموعة الثانية وفقا للفائض الخاص بكل نشاط اذ ترتب الأنشطة ذات الفائض الأقل أولا وفى حالة التساوى ترتب الأنشطة داخليا وفقا لوقت التشغيل الخاص بكل نشاط فتوضع الأنشطة صاحبة الوقت الأقل فى التشغيل أولا • وتسمى هذه المجموعة الأخيرة التى تحتوى على الترتيب الخاص بالأنشطة بمجموعة ترتيب الأوامر Ordered Scheduled et(OSS).

ونشير فى هذا الصدد أن ترتيب الأنشطة وفقا للفائض الخاص

بكل نشاط يتطابق تماما مع ترتيب نفس الأنشطة وفقا للوقت المتأخـــــر لأداء النشاط. ولذا يفضل استخدام هذا الأخير فى اجراء الترتيـب ، اذ يحتاج الأمر الـى تحديث البيانات الخاصة بفائض كل نشــــاط اذ يقل هذا الفائض بالنسبة للأنشطة التى قد يحدث تأخير فى بدايـة تنفيذها عن البداية المبكرة الخاصة بها وهو الأمر الذى يمكن تفاديــه فى حالة الترتيب على حساب البداية المتأخرة للنشاط بدلا من الاعتماد على الفائض فى اجراء هذا الترتيب ويمكن تلخيص خطوات الحل فيمــا يـلى :



نحسب البدايات المتقدمة ES والمتأخرة LS لكل نشاط مـــن أنشطة المشروع . ثم نعطى المتغير T المعبر عن الوقت القيمة واحـــد أى أن T = 1 .

تحدد مجموعة الأنشطة المسموح بجدولتها (EAS) والتى تحتوى على الأنشطة التى تم جدولة الأنشطة السابقة عليها .

يتم تحديد مجموعة ترتيب الأوامر OSS والتى تتضمن أنشطة فــى المجموعة (EAS) وبشرط أن تكون $T \leqslant ES$ لكل نشاط وعلى أن ترتـب الأنشطة الوقت المتأخر الأصغر أولا .
وفى حالة تساوى بعض الأنشطة توضع الأنشطة صاحبة الوقت الأقــل فى التنفيذ أولا .

↓

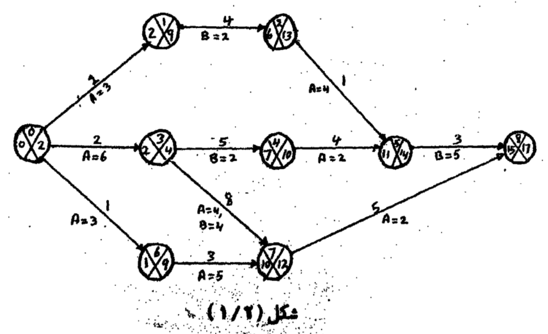
يتم جدولة الأنشطة فى المجموعة OSS وفقا للترتيب الوارد بهـا وبشرط توافر الموارد اللازمه خلال فترة التنفيذ . وباجراء الجدولة يـتم تعديل كمية الموارد المتاحة وكذا تعديل الأنشطة الداخلة فى المجموعـة (EAS)

↓

هل تم جدولة كل الأنشطة ؟ أى أصبحت (EAS) خاليـة

نعم ← توقف | T =T old + 1 واحسب البداية المبكرة الجديدة لمفردات المجموعـة EAS .

وسوف نبين ذلك بالشرح بالنسبة لشبكة الأعمال السابـق تقديمها بالفصل الاول والتى نعيدها فيما يلى :



شكل (١/٢)

وذلك مع افتراض وجود موردين A , B وكانت الكمية المطلوبـــة لكل نشاط من هذين الموردين كما فى العمودين 3 , 2 من الجدول التالى ويوضح الجدول أيضا الوقت D اللازم لأداء كل نشـــــاط وكذا البداية المبكرة ES والمتأخرة LS والفائض S الخـــاص بكل نشـــاط •

Activity	Resource Req. A	Resource Req. B	D	ES	S	LS	Time 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
0-1	3	—	2	1	5	6			x 3A	x 3A														
1-2	—	2	4	3	5	8								x 2B	x 2B	x 2B	x 2B							
0-3	6	—	2	1	0	1	x 6A	x 6A																
3-4	—	2	5	3	1	4			x 2B	x 2B	x 2B	x 2B	x 2B											
2-5	4	—	1	7	5	12														x 4A				
4-5	2	—	4	8	1	9								x 2A	x 2A	x 2A	x 2A							
0-6	3	—	1	1	6	7					x 3A													
3-7	4	4	8	3	0	3			4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B								
6-7	5	—	3	2	6	8											x 5A	x 5A	x 5A					
5-8	—	5	3	12	1	13															x 5B	x 5B	x 5B	
7-8	2	—	5	11	0	11														x 2A	x 2A	x 2A	x 2A	x 2A
Level of resource A unassigned							~~8~~ 2	~~8~~ 2	~~8~~ ~~4~~ 1	~~8~~ ~~4~~ 1	~~8~~ ~~4~~ 1	~~8~~ 4	~~8~~ 4	~~8~~ ~~4~~ 2	~~8~~ ~~4~~ 2	~~8~~ ~~4~~ 2	~~8~~ ~~8~~ 1	~~8~~ 3	~~8~~ 3	~~8~~ ~~4~~ 2	~~8~~ 6	~~8~~ 6	~~8~~ 6	~~8~~ 6
Level of resource A assigned (6, 4, 2)							x x x x x x	x x x x x x	x x x x x x x	x x x x x x x	x x x x x x x	x x x x	x x x x	x x x x x x	x x x x x x	x x x x x x	x x x x x x x	x x x x x	x x x x x	x x x x x x	x x	x x	x x	x x
Level of resource B unassigned							6	6	~~6~~ ~~2~~ 0	~~6~~ ~~2~~ 0	~~6~~ ~~2~~ 0	~~6~~ ~~2~~ 0	~~6~~ ~~2~~ 0	~~6~~ ~~2~~ 0	~~6~~ ~~2~~ 0	~~6~~ ~~2~~ 0	~~6~~ 4	6	6	6	~~6~~ 1	~~6~~ 1	~~6~~ 1	6
Level of resource B assigned (6, 4, 2)									x x x x x x	x x x x x x	x x x x x x	x x x x x x	x x x x x x	x x x x x x	x x x x x x	x x x x x x	x x				x x x x x	x x x x x	x x x x x	

شكل (٢/٢)

ولتسهيل اجراء العمليات الحسابية يوضح الجدول التالى العمليات الخاصة بجدولة الأنشطة .

T=1

EAS:	01	03	06	34	37
ES:	1	1	1		
LS:	6	1	7		

OSS: 03 01 06

Schedule 03 to (1-2), remove 03 from *EAS* and add 34 and 37 to *EAS*

T=2

EAS:	01	06	34	37
ES:	2	2	3	3
LS:	6	7	4	3

OSS: 01 06

No activities can be scheduled on *T=2*

T=3

EAS:	01	06	34	37	45	12
ES:	3	3	3	3		
LS:	6	7	4	3		

OSS: 37 34 01 06

Schedule 37 to (3-10), remove 37 from *EAS*

Schedule 34 to (3-7), remove 34 from *EAS* and add 45 to *EAS*

Schedule 01 to (3-4), remove 01 from *EAS* and add 12 to *EAS*

T=4

EAS:	06	45	12
ES:	4	8	5
LS:	7	9	8

OSS: 06

No activities can be scheduled on *T=4*

T=5

EAS:	06	45	12	67
ES:	5	8	5	
LS:	7	9	8	

OSS: 06 12

Schedule 06 to (5), remove 06 from *EAS* and add 67 to *EAS*

T=6

EAS:	45	12	67
ES:	8	6	6
LS:	9	8	8

OSS: 67* 12

No activities can be scheduled on *T=6*

* 67 precedes 12 in *OSS* because $D_{67} < D_{12}$

T=7

EAS:	45	12	67
ES:	8	7	7
LS:	9	8	8

OSS: 67 12

No activities can be scheduled on *T=7*

T=8

EAS:	45	12	67	25
ES:	8	8	8	
LS:	9	8	8	

OSS: 67 12 45

Schedule 12 to (8-11), remove 12 from *EAS* and add 25 to *EAS*

Schedule 45 to (8-11), remove 45 from *EAS*

(Note: Resource *A* is constraining an activity with zero slack and is thus causing schedule to slip.)

T=9

EAS:	67	25
ES:	9	12
LS:	8	12

OSS: 67

No activities can be scheduled on *T=9*

T=10

EAS:	67	25
ES:	10	12
LS:	8	12

OSS: 67

No activities can be scheduled on *T=10*

T=11

EAS:	67	25	78
ES:	11	12	
LS:	8	12	

OSS: 67

Schedule 67 to (11-13), remove 67 from *EAS* and add 78 to *EAS*

T=12
EAS: 25 78
ES: 12 14
LS: 12 11
OSS: 25
No activities can be scheduled on *T*=12

T=13
EAS: 25 78
ES: 12 14
LS: 12 11
OSS: 25
No activities can be scheduled on *T*=13

T=14
EAS: ~~25~~ ~~78~~ 58
ES: 14 14
LS: 12 11
OSS: ~~78~~ ~~25~~
Schedule 78 on (14-18), remove 78 from EAS
Schedule 25 on (14), remove 25 from EAS and add 58 to EAS

T=15
EAS: ~~58~~
ES: 15
LS: 13
OSS: ~~58~~
Schedule 58 on (15-17), remove 58 from EAS

T=16
EAS: Empty—STOP Scheduling Procedure

جدول (٢ / ١)

T = 1 :

نبدأ الحساب في الجدول حيث T=1 وتحتوى مجموعة الأنشطة المسموح بجدولتها EAS على الأنشطة06, 03 ,01 . كما أن هذه الأنشطة الثلاثة السابقة أعضاء في مجموعة ترتيب الأوامر OSS حيث أن ES ≤ 1 لكل منهم وبترتيب هذه الأنشطة في المجموعة OSS حسب الوقت المتأخر للبداية LS • نضع النشاط 03 ثم 01 وأخيرا 06 • ولما كان الحد الأقصى المتاح من المورد A هو(8) وحدات والمورد B هو (6) وحدات فإنه يمكن جدولة النشاط 03 فقط في اليوم الاول T =1 ولذا تم وضع X أمام هذا النشاط وتحت اليوم الاول في شكل ٢ / ٢ • وبذا يتم تعديل الكمية غيرالمخصصة من المادة الخام A لتصبح وحدتين فقط• ويستمر الوضع كذلك في اليوم الثاني ويتم حذف النشاط 03 واضافة الأنشطة 37 ,34 من والى المجموعة EAS •

وننتقل الى T= 2 :

نقوم بتحديث قيم ES بالنسبة للأنشطة داخل EAS لتصبح (2) على الأقل حيث T= 2 ويكون ذلك بالنسبة للنشاطين 06, 01 على أن تظل ES=3 بالنسبة للأنشطة 37 , 34 وذلك بعد الانتهاء من النشاط 03 .

ونستمر هكذا كما هو موضح بشكل ٢/٢ وجدول ٢/١ حتى يتم جدولة جميع أنشطة المشروع حيث نجد أن المشروع يحتاج الى ثلاثة أيام أخرى بعد الميعاد السابق تحديده ، وهو ١٥ يوم فى حالة افتراض عدم وجود أى قيود على الموارد المتاحة .

وتمثل خطوات الحل السابقة أداه يمكن الاعتماد عليها فى حل الكثير من المشاكل المماثلة . كما أننا نشير هنا الى أن المثال السابق وان احتوى على مشروع واحد فقط فليس هناك مايمنع من تطبيق هذه القواعد فى حالة الرغبة فى جدولة أنشطة عدة مشروعات يتم تنفيذها فى نفس الوقت معا ، اذ يكفى فى هذه الحالة تحديد البداية والنهاية المتقدمة أو المتأخرة الخاصة بكل مشروع حتى يمكن ترتيب الأنشطة التى يمكن جدولتها أى كان المشروع الخاص بهذا النشاط .

كما أنه يمكن أيضا تناول عدد كبير من الموارد اللازمة لتنفيذ هذه الأنشطة وبصفة خاصة بعد التقدم الهائل والملموس والخاص بالحاسبات الآلية .

٥ ـ قواعد الحل الخاصة بموازاة وتقريب المستوى المطلوب من الموارد بفرض أن هذه الموارد متاحة بكميات محدودة

Unlimited Resource Leveling:

لاشك أن تغيير المتاح من الموارد بالزيادة أو النقص وفقا للتغيير في مستوى النشاط يؤدى الى تحمل المشروع تكاليف كبيرة سواء تلك الخاصة بتدبير هذه الموارد أو تلك الخاصة بالاستغناء عنها • فلاشك أن الاستمرار مثلا في تعيين أفراد جدد ثم الاستغناء عنهم يحمل المشروع الكثير من التكاليف ولذا فان السؤال المطروح في هذا الجزء يتمثل أساسا في كيفية تحديد الجدولة الزمنية - Scheduling التي تقلل من تكلفة الموارد اللازمة لتنفيذ المشروع بشرط ألا تزيد مدة التنفيذ عن المدة التي سبق تحديدها بدون أخذ الموارد في الحسبان أي بفرض أنها متاحة بكميات غير محدودة وهي ١٥ يوما في المثال السابق ص ٦٠ • ويقتضى تخفيض تكلفة الموارد هذه وبصفة خاصة اذا كانت العمالة هي العنصر الاساسي الى ضرورة تخفيض تكاليف التعيين والاستغناء أي يقتضى الأمر ضرورة تمهيد وتقريب المستوى المطلوب من العمالة Leveling حتى يمكن تقليل اجمالي التكاليف •

وقد بين برجس Burgess أمكانية تحقيق هذا التمهيد في المستوى المطلوب من الموارد عن طريق العمل على تقليل مجموع مربعات الموارد المطلوبة في كل يوم • اذ أنه وان تساوى مجموع المطلوب من الموارد خلال مدة المشروع فان مجموع مربعات المطلوب من الموارد يقل بدرجة كبيرة كلما عملنا على تقريب الكميات المطلوبة وموازنتها من يوم الى

اليـوم الآخر خلال مدة المشروع • وقد عـبر برجس عن طريقتـه هذه في ثمان خطوات نوردهـا فيما يلي :

١/٥ خطوات برجس للموازاة والتمهيد :

Burgess Leveling Procedure :

١ ــ يتم ترتيب أنشطـة المشروع تصاعديا وفقا لحدث النهاية وفـي حالة تساوى حدث النهاية يتم الترتيب تصاعديا وفقا لحـدث البداية وذلك مع ضرورة مراعـاة العلاقات التتابعية بـيـن الأنشطة بطبيعة الحال • ثم يتم ايضا وضع الوقت الخاص بأداء كل نشاط وكذا وقت البداية المبكرة ES والبداية المتأخـرة L S والفائض الكلى S الخاص بكل نشاط وذلك كما فـي الأعمدة السبعة الاولى من شكل (٢/٣)

ويلى ذلك جدولة الانشطة وفقا للبدايات المبكرة ، ثم يـتم تحديد الاحتياجات اليومية من الموارد المختلفة وفقا لهـذه الجدولة كما هو واضح فى شكل (٢/٣) •

Activity	Resource Req. A	Resource Req. B	D	ES	S	LS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0–1	3	—	2	1	5	6	x 3A	x 3A													
1–2	—	2	4	3	5	6			x 2B	x 2B	x 2B	x 2B									
0–3	6	—	2	1	0	1	x 6A	x 6A													
3–4	—	2	5	3	1	4			x 2B	x 2B	x 2B	x 2B	x 2B								
2–5	4	—	1	7	5	12							x 4A								
4–5	2	—	4	8	1	9								x 2A	x 2A	x 2A	x 2A				
0–6	3	—	1	1	6	7	x 3A														
3–7	4	4	8	3	0	3			4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B					
6–7	5	—	3	2	6	8		x 5A	x 5A	x 5A											
5–8	—	5	3	12	1	13												x 5B	x 5B	x 5B	
7–8	2	—	5	11	0	11											x 2A	x 2A	x 2A	x 2A	x 2A
Level of resource A assigned (14, 12, 10, 8, 6, 4, 2)							12	14	9	9	4	4	8	6	6	6	4	2	2	2	2
Level of resource B assigned (8, 6, 4, 2)									8	8	8	8	6	4	4	4		5	5	5	

شكل (٢ / ٣)

٢ ـ نبدأ بجدولة النشاط الاخير وذلك بتحريك النشاط بالقدر الذى يسمح بتقليل مجموع مربعات الموارد المطلوبة ، واذا كان هناك أكثرمن طريقة لترتيب النشاط وتؤدى الى نفس القدر من مجموع مربعات الاحتياجات من الموارد فانه يتم اختيار الترتيب الأكثر تأخيرا للنشاط قدر الامكان حتى يتاح أكبر فائض ممكن للانشطة السابقة على هذا النشاط.

٣ ـ تكرر الخطوة السابقة (خطوه "٢") بالنسبة للنشاط السابق على النشاط الأخير.

٤ ـ نكرر الخطوة (٣) حتى نصل الى جدولة أول نشاط فى المشروع حيث يتم بذلك اتمام اول دوره لاعادة جدولة الأنشطة بالشكل الذى يمهد استخدام الموارد المتاحة.

٥ ـ نكررعدة دورات اخرى لاعادة الجدولة وذلك بتكرار الخطوات ٢ ، ٣ ، ٤ عدة مرات حتى يتبين لناعدم امكانية تقليل مجموع مربعات الاحتياجات من الموارد ، مع ملاحظة أن الحركة المسموح بها لاى نشاط هى فى اتجاه اليمين فقط .

وهنا يمكن تعديل خطوات بيرجس بالسماح بتحريك النشاط الى اليمين أو الى اليسار بالشكل الذى يحقق التقارب فى مستوى الموارد المطلوبة .

٦ ـ يمكن تكرار الخطوات السابقة من (١) الى (٥) بعد اعادة ترتيب الانشطة بطريقة أخرى بشرط مراعاة العلاقات

الاعتادية بطبيعة الحال ، ونكرر ذلك عدة مرات حسبما تسمح به الظروف والامكانيات الخاصة •

٧ ــ يتم اختيار أحسن جدولة فى ضوء الخطوات السابقة شكل (٢ / ٤)

٨ ــ ندخل التعديلات التى نراها ملائمة على الجدولة المختارة وفقا للخطوة السابقة (خطوه "٧") وذلك لاخذ العوامــــــــل المختلفة التى قد يصعب قياسها كميا الا انها تؤثر بشكل كبير على كفاءة العمل فى المشروع •

Activity	Resource Req A	Resource Req B	D	ES	S	LS	Time 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0 1	3	—	2	1	5	6		x 3A	x 3A												
1-2	—	2	4	3	5	8								x 2B	x 2B	x 2B	x 2B				
0-3	6	—	2	1	0	1	x 6A	x 6A													
3-4	—	2	5	3	1	4				x 2B	x 2B	x 2B	x 2B	x 2B							
2-5	4	—	1	7	5	12												x 4A			
4-5	2	—	4	8	1	9									x 2A	x 2A	x 2A	x 2A			
0-6	3	—	1	1	6	7				x 3A											
3-7	4	4	8	3	0	3			4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B					
6-7	5	—	3	2	6	8					x 5A	x 5A	x 5A								
5 8	—	5	3	12	1	13													x 5B	x 5B	x 5B
7 8	2	—	5	11	0	11											x 2A	x 2A	x 2A	x 2A	x 2A
Level of resources A assigned (8, 6, 4, 2)							6	9	7	7	9	9	9	4	6	6	4	8	2	2	2
Level of resource B assigned (8, 6, 4, 2)							0	0	4	6	6	6	6	8	6	6	2	0	5	5	5

شكل (٢ / ٤)

٢/٥ خطوات الموازاه والتمهيد لويست :

Wiest Leveling Procedure :

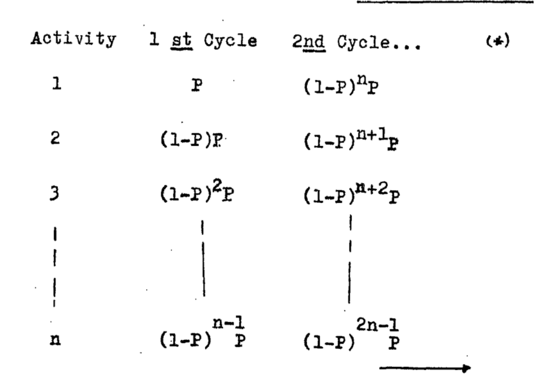
١ — يتم جدولة الانشطة وفقا للبدايات المبكرة ثم يتم وفقا لهذه الجدولة تحديد الاحتياجات اليومية من الموارد المختلفة •

٢ — يتم تحديد هدف متحرك Trigger Level(S) يمثل الحد الاقصى المسموح باستخدامه من الموارد والذى نرغب فى عدم تخطيه • ويتم تحديد هذا الهدف عن طريق تحديد أقصى احتياج فى ضوء جدولة الانشطة وفقا لبدايتها المبكرة ثم نقلل هذا الحد الاقصى بنقطة واحدة فى كل مرة•

٣ — نقوم باعادة جدولة الانشطة وفقا للعلاقات التتابعية الخاصة بها على أن نتوقف فى كل مرة يتبين لنا أن الاحتياجات من الموارد فى يوم معين سوف تفوق الهدف المتحرك (S) السابق تحديده •

٤ — نبحث فيما اذا كان هناك فائض بالنسبة للانشطة التى تنفذ فى هذا اليوم الذى يحتاج الى موارد تفوق القيمة (S) حتى يتم تحريك بعض هذه الانشطة ذات الفائض الى مابعد هذا اليوم وبالتالى تقليل المطلوب من الموارد فى هذا اليوم بما لايفوق المستوى (S) ودون تأخير تنفيذ المشروع ككل • ويتم ذلك عن طريق ترتيب الانشطة بشكل تنازلى وفقا لمقدار الفائض المتاح لكل نشاط ثم يتم اختيار النشاط الذى يتم

تحريكه بطريقة عشوائية وعلى أن يكون الاحتمال الخاص بتحريك
النشاط الأول أكبر من الثاني وهكذا اذ يتم اختيار النشاط
الاول باحتمال $P > 0$ فاذا لم يتم الاختيار يوضع هذا
النشاط في أسفل الانشطة التي يتم الاختيار من بينها ثم يتم
اختيار النشاط الثاني بنفس الاحتمال $P > 0$. ويكون
بذلك الاحتمال الخاص باختيار أي نشاط في هذه المحاولات
المتكررة دالة في الاحتمال P وعدد الأنشطة n وبالتالي
يكون الاحتمال الخاص باختيار النشاط رقم i في
الترتيب هو $\frac{P(1-P)^{i-1}}{1-(1-P)^{n}}$ (*)



Activity	1 st Cycle	2nd Cycle...
1	P	$(1-P)^{n}P$
2	$(1-P)P$	$(1-P)^{n+1}P$
3	$(1-P)^{2}P$	$(1-P)^{n+2}P$
⋮	⋮	⋮
n	$(1-P)^{n-1}P$	$(1-P)^{2n-1}P$

(*) →

٥ — نستمر بعد ذلك فى جدولة باقى الانشطة فاذا ظهر أن الموارد المطلوبة فى أحد الايام تفوق القيمة (S) يتم تطبيق الخطـــوة السابقة والخاصة بتحريك بعض الانشطة فيما بعد هذا اليـــوم وبالشكل الذى يقلل من الموارد المطلوبة الى مادون الحد (S)

٦ — نكرر خطوات الحل السابقة عدة مرات اذ سوف تختلف النتائج فى

$$\text{Prob. of } \underline{1st} \text{ actvity} = P(1-P)^{o} + P(1-P)^{n} + P(1-P)^{2n} + \ldots\ldots = \frac{P(1-P)^{o}}{1-(1-P)^{n}}$$

$$\text{Prob. of } 2\,\underline{nd} \text{ activity} = P(1-P) + P(1-P)^{n+1} + \ldots\ldots\ldots = \frac{P(1-P)}{1-(1-P)^{n}}$$

$$\text{Prob. of } i\,\underline{th} \text{ activity} = \frac{P(1-P)^{i-1}}{1-(1-P)^{n}}$$

كل مرة عن المرة السابقة وذلك باختلاف الانشطة التى يقـــع عليها الاختيار اذ لايتم اختيار نشاط معين بطريقة تحكميـــة وانما يتم الاختيار بطريقة عشوائية وفقاللاحتمال الموضوع• ويـــتم مقارنة النتائج التى تحصل عليها فى كل مرة وذلك لتحديـــد أحسن طريقة لجدولة هذه الأنشطة •

وفيما يلى بيـــان الجدولة الزمنيـة للانشطـة الخاصـــة بالمثال السابق وذلك باتبـاع طريقة ويست Wiest فى الحـــل شكل (٢ / ٥) •

Activity	Resource Req. A	Resource Req. B	D	ES	S	LS	Time 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0–1	3	—	2	1	5	6	3A	3A													
1–2	—	2	4	3	5	8			~~2B~~	~~2B~~	~~2B~~	~~2B~~		2B	2B	2B	2B				
0–3	6	—	2	1	0	1	6A	6A													
3–4	—	2	5	3	1	4			2B	2B	2B	2B	2B								
2–5	4	–	1	7	5	12							~~4A~~					4A			
4–5	2	—	4	8	1	9								2A	2A	2A	2A				
0–6	3	—	1	1	6	7			3A												
3–7	4	4	8	3	0	3			4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B	4A 4B					
6–7	5	—	3	2	6	8				5A	5A	5A									
5–8	—	5	3	12	1	13													5B	5B	5B
7–8	2	—	5	11	0	11											2A	2A	2A	2A	2A
Level of resource A assigned (trigger level = 9)						8 6 4 2	~~3~~ 9	~~3~~ 9	~~3~~ 7	~~4~~ 9	~~4~~ 9	~~4~~ 9	~~4~~ 8	~~2~~ 6	~~2~~ 6	~~2~~ 6	~~2~~ 4	~~4~~ 6	2	2	2
Level of resource B assigned (trigger level = 6)						6 4 2			~~2~~ ~~4~~ ~~8~~ 6	~~2~~ ~~4~~ ~~8~~ 6	~~2~~ ~~4~~ ~~8~~ 6	~~2~~ ~~4~~ ~~8~~ 6	~~2~~ 6	~~4~~ 6	~~4~~ 6	~~4~~ 6	2		5	5	5

شكل (٢ / ٥)

٦ ـ التخطيط طويل الأجـــل للموارد المتـــــاحة :

Long Range Resource Planning:

نحاول فى هذا الجزء القاء الضوء على أهم الدراسات التى تمت والخاصة ببيان كيفية قيام الادارة بتحديد التوليفة المثلى للموارد اللازمة لتنفيذ المشروع فى عدة مواعيد بديلة مختلفة وذلك بالشكل الذى يقـلل تكلفة هذه الموارد وكذا التكاليف الثابتة والتكلفة الناتجة عن تنفيـــذ المشروع فى مدة أطول من السيما بالمحدد لما قد يصاحب ذلك مـــن غرامات التأخير •

وسوف نبين فيما يلى مجموعة القواعد التى وضعها ويست لحـــل هذه المشكلـــة •

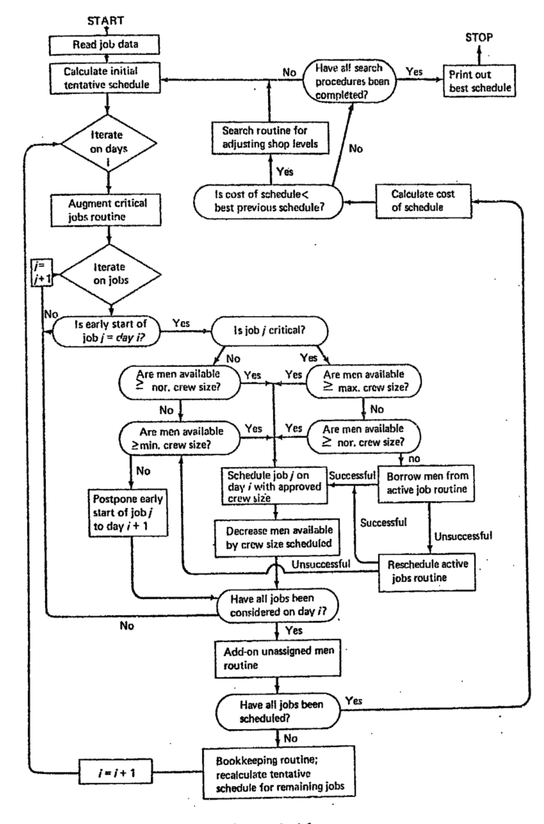
١/٦ نموذج ويست SPAR -1:

:Wiest's SPAR-1 Model

لقد وضع ويست مجموعة من القواعد المنطقية والتى تتميز بالشمـول والقدرة على حل المشكلة الخاصة بتحقيق التوليفة الملائمة من المـــوارد اللازمه لتنفيذ المشروع فى مواعيد مختلفة وقد أطلق على مجموعة القواعـــد هذه " برنامج الجدولة الزمنية لتخصيـــص المــــــــــوارد "

Scheduling Program For Allocating Resources

(SPAR - 1) ويوضح الشكل التالى خريطة التدفقـــــات الخاصة بهذا البرنامج Flow Chart •


START
Read job data
Calculate initial tentative schedule
Iterate on days i
Augment critical jobs routine
Iterate on jobs
j = j+1
No
Is early start of job j = day i?
Yes
Is job j critical?
No
Yes
Are men available ≥ nor. crew size?
Are men available ≥ max. crew size?
Are men available ≥ min. crew size?
Are men available ≥ nor. crew size?
no
Schedule job j on day i with approved crew size
Successful
Borrow men from active job routine
Postpone early start of job j to day i + 1
Decrease men available by crew size scheduled
Successful
Unsuccessful
Unsuccessful
Reschedule active jobs routine
Have all jobs been considered on day i?
Add-on unassigned men routine
Have all jobs been scheduled?
Bookkeeping routine; recalculate tentative schedule for remaining jobs
i = i + 1
Calculate cost of schedule
Is cost of schedule< best previous schedule?
Search routine for adjusting shop levels
Have all search procedures been completed?
Print out best schedule
STOP

شكل (٢/٦)

وتشابه خريطة التدفقات هذه مع تلك الخاصة بتخصيص المـــوارد المحدودة والسابق شرحها ص٥٩ اذ تفترض كلا الطريقتين امكانيـــة التعبير عن المشروع فى شكل شبكة أعمال وأن هناك ميعاد محدد لبداية المشروع وكذا ميعاد للانتهاء منه ، وانه يتم جدولة الانشطة وفقا للفائض المتاح ، لكل نشاط اذ تعطى الاولوية للانشطة ذات الفائض الأقل ، وأن عملية الجدولة تتم بالتتابع لكل وحدة زمن ابتداء من نقطـــــة البداية . فيبدأ نموذج SPAR-1 بحساب الاوقات المبكرة ES وكذا حساب الفائض S لكل نشاط من أنشطة المشروع ، ثم نبدأ فى جدولـة الانشطة بالتتابع لكل وحدة زمن ابتداء من نقطة البداية حيث d= 1 وذلك بأن نختار الانشطة المتاحة للجدولة والتى تكون أوقاتها المبكـرة ES مساوية لـ d (ES=d) ، على أن يتم ترتيب هذه الأنشطة وفقا لمقدار الفائض المتاح لهذه الانشطة اذ توضع أولا الأنشطـــة الحرجة ثم يليها الانشطة التى عليها فائض زمنى قدره وحدة واحـــدة وهكذا حتى نهاية الترتيب ، ويتم اختيار الانشطة التى يتم جدولتهـا بطريقة عشوائية ، فيكون الاحتمال الخاص باختيار النشاط الاول فـــى الترتيب هو $P > o$ وبالتالى يكون الاحتمال الخاص بعدم اختيـــــار النشاط هو $(1- p)$ ، وفى حالة عدم اختيار النشـــاط الأول يوضـع هذا النشاط فى نهاية الترتيب ونبدأ فى اختيار النشاط الثانى بنفـس الاحتمال $P > 0$ ، فاذا لم يتم ترتيبه يوضع فى نهاية الترتيب ونستمر هكذا حتى يتم اختيار أحد الأنشطة ثم نكرر ذلك لاختيار نشاط آخـر طالما أن الموارد المتاحة تسمح بذلك . وفى حالة عدم امكانية جدولـة أحد الأنشطة فى فترة ما تؤجل جدولة هذا النشاط الى الفترة التالية ،

الأمر الذى يؤدى الى أن تتحول الأنشطة التى يتم تأجيلها عدة مـرات لتصبح أنشطة حرجة وبالتالى تأخذ مكانها فى بداية الترتيب الأمـر الذى يعطيها الأولوية عند اجراء عملية الجدولة •

ورغم تشابه نموذج SPAR-1 فى خطوطه الرئيسية مع النـموذج الخاص بتخصيص الموارد المحدوده والسابق وشرحه الا أن نمـوذج SPAR - 1 يتضمن مجموعة من الاضافات أو الأنظمـة الفرعيـة Subroutines التى تجعل منه برنامجا أكثر شمولا وأكثر ملائمـة لحل الكثير من المشاكل العملية • اذ تؤدى هذه الأنظمة الفرعيـة الى استخدام أفضل للموارد المتاحة من ناحية والى تقليل الوقت اللازم لتنفيذ المشروع من ناحية أخرى• وقبل شرح هذه الأنظمة الفرعية نود أن نوضح أن طبيعة الموارد تختلف من مشروع لآخر كما أن وحدة الزمن التى تتخذ كأساس للجدولة تختلف من مشروع لآخر • الا اننا سوف ننظر الى المـوارد على أنها مجموعة من الأفراد من مهارات مختلفة وبالتالى نعبر عن الكميـة المتاحة من مورد معين بحجم فريق العمل Crew Size وسـوف نقيس وحدات الزمن بالايام وسوف نستخدم هذه المصطلحات فى شـرح الأنظمة الفرعية التى وضعها ويست فيما يلى :

٦/١/١ : النظام الفرعى الخاص بحجم فريق العمل Crew Size (المتاح من الموارد) :

اذ يتم تحديد ثلاث مستويات لفريق العمل الممكن تخصيصه لكـل نشاط وتتمثل هذه المستويات فى المستوى المعتدل والحد الأقصـى والأدنى من الأفراد الممكن تخصيصه للنشاط• وبطبيعة الحال قد يتساوى

الحد الأقصى والأدنى فى بعض الحالات أى يكون هناك رقم واحد ثابت للموارد الممكن تخصيصها للنشاط ، اذ تحتم طبيعة النشاط تنفيذه بشكل محدد وثابت دون امكانية الاسراع أو الابطاء فى تنفيذه .

وتتمثل القاعدة الأساسية لتحديد المستوى الملائم لحجم فريق العمل فى اختيار الحد الاقصى بالنسبة للانشطة الحرجة وذلك بشرط أن تسمح الموارد المتاحة بذلك. أما اذا لم تسمح الموارد المتاحة بذلك فيتم تخصيص المستوى المعتدل من الأفراد لأداء النشاط وفى حالة عدم امكانية تحقيق ذلك فنلجأ الى محاولة استعارة بعض الافراد من أنشطة أخرى وذلك وفقا لنظام فرعى يسمى نظام الاستعارة وآخر يسمى نظام اعادة الجدولة borrow and rescheclule واللذان سيلى شرحهما فيما بعد . فاذا فشلت كل الجهود لجدولة النشاط حتى عند المستوى الأدنى من الموارد فيتم فى هذه الحالة تأخير الميعاد المبكر لبداية النشاط الى اليوم التالى . أما بالنسبة للأنشطة غير الحرجة فيتم تخصيص المستوى المعتدل من الأفراد لأداء النشاط اذا ماسمحت الكمية المتاحة من الموارد بذلك واذا لم يمكن هذا نيتم تخصيص الحد الأدنى من الموارد، أما اذا فشلت هذه المحاولة ايضاً يتم تأجيل البداية المبكرة الى اليوم التالى وذلك دون اللجوء الى نظامى الاستعارة واعادة الجدولة بالنسبة لهذه الأنشطة غير الحرجة .

٢/١/٦ : النظام الفرعى الخاص بالاسراع فى تنفيذ الأنشطة الحرجة Augment Critical Jobs :

ففى بداية كل يوم d يتم النظر الى الانشطة الحرجة والتى بدأت

قبل اليوم d والتى ستظل تحت التنفيذ الى مابعد d وذلك فى محاولة للاسراع فى تنفيذ هذه الانشطة الحرجة وتلك التى أصبحت حرجة وذلك عن طريق محاولة توجيه أى فائض فى الموارد المتاحة الى تلك الأنشطة والتى لم يخصص لها الحد الأقصى لفريق العمل • وتتم هذه المحاولات قبل البدأ فى جدولة أى نشاط آخر جديد •

٦ / ١ / ٣ : النظام الفرعى للاستعارة من أنشطة فعالة جارى تنفيذها : Borrow From Active Jobs

تلجأ الى هذا النظام فى حالة عدم توافر الموارد اللازمه لجدولة أحد الأنشطة الحرجة j • اذ يتم بمقتضى هذا النظام البحث فيما بين الأنشطة الفعالة والجارى تنفيذها لمعرفة ما اذا كان من الممكن استعارة عدد كاف من الأفراد يكفى لجدولة النشاط j فى هذا اليوم d • ويسمح بالاستعارة فقط اذا لم يترتب عليها أى تأخير فى تنفيذ المشروع ككل فاذا تبين أن هذه الاستعارة من شأنها تأخير المشروع فانه يتم تأجيل تنفيذ النشاط j الى اليوم التالى d +1•

٦ / ١ / ٤ : النظام الفرعى الخاص باعادة جدولة أنشطة فعالة جارى تنفيذها : Reschedule Active Jobs

فقد يمكن جدولة النشاط الحرج j فى اليوم d اذا ماتم ترحيل أنشطة أخرى تستخدم نفس المورد اللازم للنشاط j لتنفذ فى يوم لاحق لليوم d ويقوم هذا النظام بالبحث فيما بين الانشطة الجارى تنفيذها لاختيار النشاط الممكن تأجيل تنفيذه الى اليوم d+1 بشرط

ألا يؤدى ذلك الى تأخير تنفيذ المشروع ككل .

٥/١/٦ : النظام الفرعى الخاص بتوزيع المتبقى من الموارد غير المستخدمة : Add on Unused Resources

قد يتبقى بعض الموارد غير المستخدمه وذلك بعد تطبيق الأنظمة السابقة والتى تنتهى بجدولة أقصى عدد ممكن من الأنشطة فى اليوم d . وفى هذه الحالة يتولى هذا النظام الفرعى بترتيب الأنشطة الفعالة الجارى تنفيذها والتى يمكن توجيه هذه الموارد الفائضة اليها ويتم ترتيب هذه الأنشطة وفقا لحجم الفائض الكلى المتاح على كل منها اذ يوضع فى بداية الترتيب النشاط ذات الفائض الأقل . ثم يقوم النظام بتخصيص هذه الموارد الفائضة الى هذه الوظائف وفقا للترتيب السابق حتى تنتهى هذه الموارد الفائضة أو حتى لاتوجد أنشطة يمكن تخصيص هذه الموارد اليها . وتتحقق هذه الاضافة فى اليوم d فقط اذ يعود حجم فريق العمل المخصص للنشاط الى المستوى الأصلى السابق تخصيصه فى اليوم d + 1 الا اذا كان هناك أيضا موارد فائضة غير مستغلة فى هذا اليوم أيضا .

وبعد تطبيق الأنظمة السابقة لجدولة الأنشطة يوما بعد يوم يقوم النموذج بتسجيل نتائج تخصيص الموارد على الانشطة فى شكل جداول تبين الأفراد الذين تم تخصيصهم لكل نشاط ويستمر النموذج على ذلك الى أن يتم جدولة كل الأنشطة .

٧- تمارين :

١ – حل المثال التوضيحي السابق شكل (٢/١) ، (٢/٢) اذا ما تم تعديل احتياجات الانشطة من الموارد المختلفة لتصبح كما يلي :

النشاط	المورد A	المورد B	المورد C
0 - 1	-	3	1
1 - 2	-	2	1
0 - 3	3	-	1
3 - 4	-	2	1
2 - 5	4	-	1
4 - 5	2	-	1
0 - 6	2	-	1
3 - 7	4	4	1
6 - 7	5	-	1
5 - 8	-	5	1
7 - 8	2	-	1
الحد الاقصى المتاح	6	6	2

بين أن الوقت المطلوب لتنفيذ المشروع وفقا للموارد المتاحة

هو 21 يوما .

٢ - استخدم خطوات برجس للتحقق من صحة البيانات

الواردة في جدول (٢/٤).

٣ - استخدم طريقة ويست في التحقق من صحة

البيانات الواردة في جدول (٢/٥).

الفصل الثالث

الأساليب المستخدمة في المواءمة بين الوقت والتكلفة

Time-Cost Trade-off Procedures

١ ــ مقدمة :

يترتب على تطبيق أسلوب المسار الحرج الخاص بتخطيط وجدولة أنشطة المشروعات الوصول الى تحديد الأوقات المبكرة والمتأخرة لتحقق كل حدث وبالتالى تحديد البدايات المبكرة والمتأخرة الخاصة بكل نشاط من أنشطة المشروع• ويمثل الوقت المبكر للانتهاء من المشروع بالوقت المتوقع لاتمام المشروع والمبنى على الأوقات المعتدلة الخاصة بأداء الأنشطة المختلفة •

وسوف نحاول فى هذا الفصل الاجابة على سؤال أساسى خاص بمدى ملاءمة هذا الوقت المعتدل الخاص بالانتهاء المبكر من تنفيذ المشروع لاحتياجات الادارة ؟ اذ قد يكون من المرغوب فيه تنفيذ المشروع فى وقت أقل من هذا الوقت المعتدل لأداء المشروع • فقد يحدث تعديل فى الوقت اللازم للانتهاء من المشروع بعد مرور فترة من تاريخ بدأ المشروع كنتيجة لحدوث تعديلات فى الخطط الموضوعة أو لتعويض بعض التأخيرات التى لم تكن متوقعة والتى حدثت فعلا فى الفترات الأولى من تنفيذ المشروع ، الأمر الذى يتطلب ضرورة دراسة القيمة الفعلية التى سوف تجنيها الادارة من وراء الاسراع فى تنفيذ المشروع والالتزام بالمواعيد المحددة ومقارنتها بالزيادة فى التكاليف التى ستترتب على تحقيق هذا الاسراع فى تنفيذ الأنشطة المتبقية

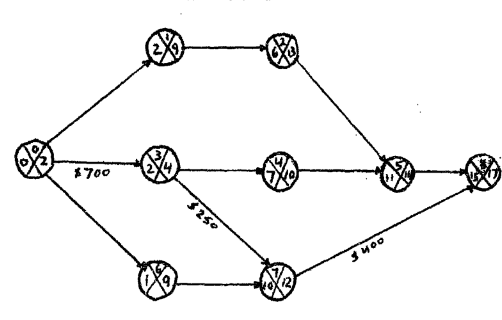
لتنفيــذ المشروع •

ولا شك من أهمية الالتزام بعنصر الوقت في كثير من الحالات وذلك كما هو الحال بالنسبة لاجراء عمرات كاملة لبعض الآلات الضخمة أو اجراء صيانة كاملة في أحد المنابر • أو بناء سفينة ضخمة سوف تستخدم فـــي أغراض مستقبلية مختلفة وغيرها من المشروعـات الهامة التي قد نجـــد فيها أن الاسراع في التنفيذ يبرر الزيادة المتوقعة في التكلفة •

وسوف نستعرض في هذا الفصل بعض الوسائل التي يمكـــــن تطبيقها لايجاد أقل التكاليف اللازمة لتوفير زمن التنفيذ وذلك بفــرض امكانية تحقيق هذا الاسراع في تنفيذ بعض الأنشطة أو كلها اذا ماتوافر لهذه الأنشطة كمية أكبر من الموارد المتاحة والتي قد تتمثل هذه الأخيرة في مزيد من الأيدي العاملة أو مزيد من المعدات والمواد الخـام •

وتتمثل الفكرة الأساسية التي تقوم عليها هذه الأساليب في القيـام بالبحث فيما بين الأنشطة الحرجة عن النشاط أو الأنشطة التي يـــؤدي الاسراع في وقت تنفيذها الى أقل زيادة في التكاليف •

فاذا كان معدل الزيادة في التكاليف مقابل وحدة الزمن بالنسبـة للأنشطة الحرجة 8-7 , 7-3 , 3-0 في شبكة الأعمال التي تكـــــرر استخدامها في هذا الكتاب هي على التوالي 400 , 250 , 700 وذلك كما في شكل ٣ / ١، فانه من السهل ملاحظة امكانية الاسراع في تنفـــيذ المشروع وتقليل الوقت اللازم لاتمامه ليصبح ١٤ وحدة زمن فقط وذلـــك عن طريق ضغط الوقت الخاص بالنشاط 7-3 بمقدار وحدة زمن واحدة



شكل (٣/ ١)

اذ أن الزيادة فى التكاليف فى هذه الحالة سوف تكون أقل ما يمكن ٠ وعند هذه النقطة الجديدة لتنفيذ المشروع يكون هناك أكثر من مسار حرج واحد ٠ وبالتالي يقتضى تخفيض وقت المشروع بدرجة أكبر من ذلك ضرورة العمل على الاسراع فى تنفيذ نشاط مشترك يقع على المسارين الحرجين أو ضرورة تخفيض نشاط ما على كل مسار على حدة ٠

أى نقوم فى المثال السابق بتخفيض النشاط 3-0 الأمر الذى يؤدى الى تقليل كل من المسارين مرة واحدة ٠ أو أن نقوم بتخفيض الوقت اللازم لتنفيذ أحد الأنشطة 8 - 7،7- 3 على المسار الأول مع تحقيق تخفيض مقابل على أحد أنشطة المسار الثانى وهى

8- 7, 7-3 ويتوقف ذلك بطبيعة الحال على الزيادة المحتملة في التكاليف في كل من الحالتين •

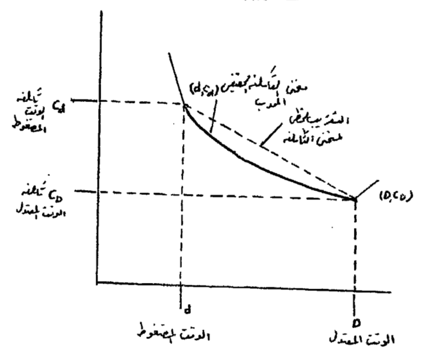
وسوف نبين فيما يلي الأساليب المستخدمة في تحقيق هذه المقارنات بين الزيادات المختلفة في التكاليف وبشكل تلقائي يمكن من اختيار أفضل الوسائل للاسراع في تنفيذ المشروع وذلك بفرض توافر الموارد اللازمة لتحقيق هذا الاسراع بطبيعة الحال •

وكما سبق أن بينا تقوم الفكرة الأساسية لهذه الأساليب في القيام بالبحث فيما بين الأنشطة الحرجة عن النشاط أو الأنشطة التي يؤدي الاسراع في وقت تنفيذها الى أقل زيادة في التكاليف• وسوف نقوم في الفقرة التالية بالقاء مزيد من الضوء على فكرة شراء الوقت المطلوب من أوقات الأنشطة الحرجة •

٢ ـ طريقة المسار الحرج للمواءمة بين الوقت والتكلفة :

The Critical Path Method(CPM) of Time- Cost Trade - offs :

ولتوضيح هذه الطريقة سوف نقدم مجموعة من التعاريف والتي نوضحها بالرسم التالي :



شكل (٣/٢)

٢ / ١ تكاليف النشـــاط المباشرة :

Activity Direct Cost :

وتشمل تكلفة المواد الخام والأدوات وكذا تكلفة العمالة المباشـــرة اللازمه لأداء النشاط وعادة ماتقدر هذه التكلفة بالسعر الذى تدفعـــه المنظمة لأحد مقاولى الباطن اذا ماعهد اليه بتنفيذ النشـــاط •

٢ / ٢ : التكلفة الغير مباشـــرة الخاصة بالمشروع ككل :

Project Indirect Costs:

وتتضمن هذه تكاليف الاشراف والمصاريف الادارية وفوائد الأمـوال

المقترضة وغرامات التأخير فى حالة عدم تنفيذ المشروع فى الميعـــاد المحدد وعلى أن يطرح منها العائد المحقق نتيجة الاسراع فى تنفيـذ المشروع قبل الميعاد المتفق عليه •

٢/٣ نقطة الوقت والتكلفة لأداء النشاط بشكل معتدل :

Normal Activity Time - Cost Point :

يتمثل الوقت المعتدل لأداء النشاط فى الوقت المستخدم فـــى حساب المسار الحرج الرئيسى وقبل اجراء أى ضغط فى الأوقات الخاصة بأداء أنشطة المشروع وتكون التكلفة المباشرة المقابلة لأداء هذا الوقت المعتدل هى أقل تكلفة مباشرة ممكنة ويطلق عليها بالتكلفة المباشـرة المعتدلة• وكثيرا ماتقدر هذه التكلفة بالسعر الذى يحصل عليه أحـــد مقاولى الباطن اذا ماعهد اليه بتنفيذ النشاط• وسوف نرمز للوقـــت والتكلفة المعتدلة بالرمز (D, C_D) • شكل ٢/٣ •

٢/٤ نقطة الوقت والتكلفة لأداء النشاط بشكل مضغـــوط :

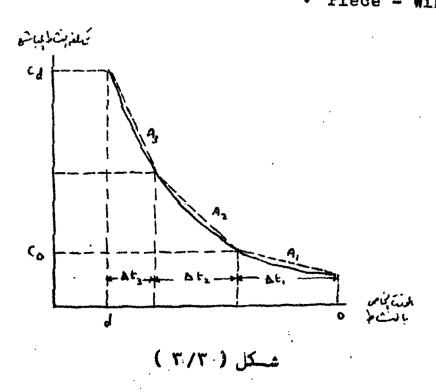
Crash Activity Time - Cost Point :

يتمثل الوقت المضغوط لأداء النشاط فى أقل وقت يمكن فيه تنفيـذ النشاط وتكون التكلفة المقابلة فى هذه الحالة هى أقل تكلفة مباشرة تلـزم لأداء النشاط فى هذا الوقت المضغوط• وسوف نرمز للوقت والتكلفـــة المضغوطة بالرمز (D , C_d) شكل ٢/٣ •

وسوف نفترض امكانية تنفيذ النشاط فى أى وقت يقع مابين الوقـــت

المعتدل والوقت المضغوط ٠ كما اننا نفترض امكانية التعبير عـــــن العلاقة بين الوقت والتكلفة بمنحنى خطى أو منحنى محدب(*) وعلـى أن يتم تمهيد هذا المنحنى المحدب بخط مستقيم كما فى الرسم شكـــــل ٢/٣٠ ونشير هنا الى اننا سوف نسقط هذا الـفرض عند عرض بعـض القواعد المنطقية فى حل هذه المشكلة٠ كما أنه فى حالة عدم امكانيـــة التعبير عن التكلفة فى شكل خط مســتقيم فانه يمكن التعبير عن التكلفة فى شكل مجموعة من العلاقات الخطيـــــــة المتقطعـــــــــة

• Piece - Wise Linear



شـكل (٣/٣٠)

---

* A Convex fun.F(X)is a real valued fun.defined on an n-dimensional vector space ⇒ $F(X)=F(\alpha\underline{u}+\beta\underline{V}) \leqslant \alpha f(u) + \beta f(v)$ ∀ vector $\underline{X} = \alpha\underline{u} + \beta\underline{V}$ and ∀ n-dimensional vector $\underline{u}$, $\underline{V}$, ∀ Scalars α , β.

وذلك كما فى شكل ٣/٣ ، كما اننا نفترض استقلالية هذه الأنشطة بعضها عن بعض بمعنى أن شراء وقت على أحد الأنشطة لايؤثر بالمرة على الموارد والوقت الخاص بنشاط آخر ، وبالتالى لايؤثر بالمرة على عملية شراء الوقت على أى من الأنشطة الأخرى . وبطبيعة الحال يسقط هذا الفرض فى حالة استخدام مورد واحد فى اسراع وقت التنفيذ الخاص لأكثر من نشاط .

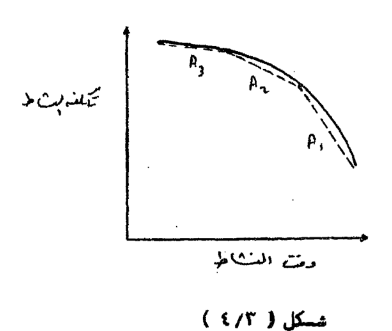
وفى شكل ٣/٣ تم تقريب المنحنى الخاص بالتكلفة المحدبة فى شكل منحنى خطى متقطع Piece-wise linear curve حيث تم معاملة كل جزء على أنه نشاط فى حد ذاته وهو مانسميه بالنشاط الكاذب Pseudo - Activity أى تم استبدال النشاط الحقيقى A بثلاثة أنشطة كاذبة , A_1, A_2, A_3 ثم تم تحديد الاحداثيات الخاصة بالوقت المعتدل والوقت المضغوط الخاص بكل من هذه الأنشطة الكاذبة . وبالتالى يتم حساب التغير فى التكلفة مقابل التغير فى الوقت كما فى الجدول (١/٣) .

ويتضح أيضا من شكل ٣/٣ السبب فى افتراض أن منحنى التكلفة يكون منحنى خطيا أو محدبا اذ أن اسراع النشاط من عند المستوى D يجب أن يتم أولا على النشاط A_1 ثم A_2 وأخيرا A_3 وحيث أن طريقة CPM تبحث أولا عن النشاط الذى يحقق أقل زيادة ممكنة فى التكاليف فانها سوف تختار الأنشطة الكاذبة فى ترتيبها المنطقى A_1 ثم A_2 ثم A_3 وذلك على عكس الحال فى حالة اذا كان منحنى التكلفة يأخذ أى شكل آخر كما فى شكل ٤/٣ اذ قد نجد

أن ميل الخط أي معدل الزيادة في التكلفة مقابل تقليل الزمن وحـــده .

النشاط الجاذب	الوقت المضغوط	الزيادة في التكلفة	معدل الزيادة في التكلفة
A_1	Δt_1	ΔC_1	$\Delta C_1 / \Delta t_1$
A_2	Δt_2	ΔC_2	$\Delta C_2 / \Delta t_2$
A_3	Δt_3	ΔC_3	$\Delta C_3 / \Delta t_3$
المجموع : A			

جدول (٣/ ١)



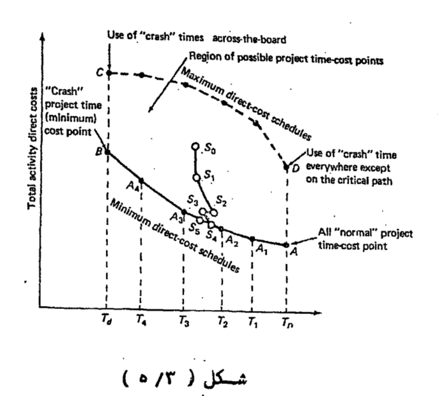
شكل (٣/ ٤)

واحدة أقل مايمكن بالنسبة لـ A_3 عنه بالنسبة لـ A_2 ، A_1 ممـــا يؤدى ذلك الى قيام طريقة CPM باسراع أوقات الأنشطة بطريقـــــة لاتحمل معنى مقبول اذ نبدأ بالنشـاط A_3 ثم A_2 ثم A_1 .

٢/٥ المنطقة الكاملة المعبرة عن الوقت المعتدل والوقت المضغـــوط والتكاليف الخاصة بهما بالنسبة للمشروع ككل :

Region of All possible Time - Cost Points:

تعمل طريقة المسار الحرج كما سبق أن بينا على الاسراع فـــى الأوقات ابتداء من الوقت المعتدل حتى نصل الى الوقت المضغوط وذلك عن طريق ضغط الوقت الخاص بكل نشاط بالشكل الذى يقلل مـــن الزيادة المتوقعة فى التكاليف المباشرة للمشروع . ونشير فى هذا الصدد الى أن هناك وقت معتدل للمشروع ككل هو T_D وكذا وقت مضغــوط للمشروع ككل T_d أى أنه يمكن ضغط المشروع كما هو الحال بالنسبة لكل نشاط على حده . فكما يمكن تنفيذ النشاط مابين الوقت d المضغـوط والوقت D المعتدل يمكن بنفس المنطق تنفيذ المشروع ككل فيما بـين الوقت المعتدل T_D والوقت المضغوط T_d . فاذا تم جدولة جميع أنشطة المشروع فى وقتها المعتدل فسوف يؤدى ذلك بطبيعة الحال الى تنفيذ المشروع فى الوقت المعتدل وتكون التكلفة المباشرة المقابلة لذلـك هى أقل تكلفة ممكنة والتى يعبر عنها بالنقطة A شكل ٥/٣ . وبالمثل يمكن تنفيذ المشروع فى أقل وقت ممكن T_d عن طريق ضغط الأنشطـة الضرورية فقط وهى الأنشطة التى تقع على المسار أو المسارات الحرجـة النهائية والخاصة بتنفيذ المشروع فى الوقت T_d كان معنى ذلـك أن



شكل (٣/ ٥)

الزيادة فى التكاليف المباشرة سوف تكون أقل مايمكن والتى يعبر عنهـــا بالنقطة B • أما اذا تم الاسراع من أنشطة أخرى غير حرجـــه فلن يؤدى ذلك الى تقليل وقت المشروع الى مستوى أقل من T_d فى الوقت الذى سوف تتجه فيه التكلفة الى الزيادة من النقطة B ال النقطة C • كما أنه اذا تصورنا ولأغراض الشرح قيام المشروع بالاسراع فى جميـــع الأنشطة الغير حرجة مع بقاء المشروع عند النقطة T_D • كان معنـى ذلك زيادة التكاليف المباشرة الى النقطة D دون تحقيق أى تقليـــل فى وقت التنفيذ • وأخيرا يحدد المنحنى AB أقل زيادة ممكنـــة فى التكاليف المباشرة نتيجة الضغط الفعال للانشطة الحرجة الخاصة بتنفيذ

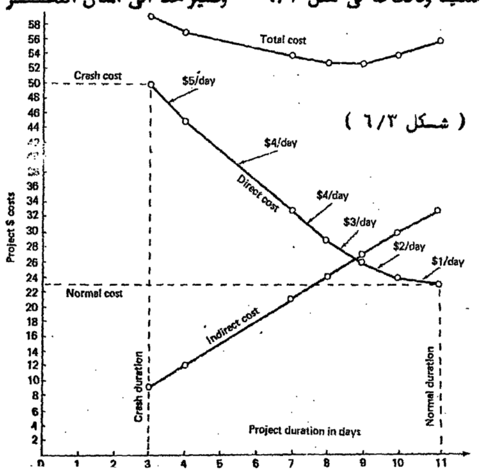
المشروع ابتداء من النقط T_D حتى نصل الى النقطة T_d وكذلك بين المنحنى DC أكبر زيادة ممكنة فى التكاليف المباشرة نتيجة الضغط الغير فعال للانشطة الحرجة الخاصة بتنفيذ المشروع ابتداء من النقطة T_D حتى نصل الى النقطة T_d • وبالتالى فان المساحة المظللة ABGD فى شكل ٣/٥ السابق تبين المنطقة الكاملة لكل النقاط الممكنة لتنفيذ المشروع والتكاليف المختلفة الممكنة والمقابلة لكل نقطة من نقاط تنفيذ المشروع •

ويتمثل الهدف الأساسى بطبيعة الحال فى محاولة الالتزام بالمنحنى AB والذى يتمثل فى مجموعة من الخطوط المتصلة عند نقط الحد الأدنى للتكلفة المقابلة لكل نقطة من نقط تنفيذ المشروع ابتداء من T_D حتى T_d وتتمثل نقط الاسراع لخطوط المنحنى AB هذه فى النقاط A_1 المقابلة لـ T_1 ، A_2 المقابلة لـ T_2 حتى النقطة B المقابلة لـ T_d •

ويتم تحديد هذه النقاط بأن نبدأ فى حساب التكلفة A الخاصة بتنفيذ المشروع فى الوقت T_D ثم نبدأ فى البحث عن الأنشطة التى يمكن الاسراع فى تنفيذها بأقل تكلفة ممكنة حتى نصل الى النقطة T_1 والتكلفة المقابلة لها A_1 وبمجرد الوصول الى النقطة T_1 تظهر الحاجة الى ضغط أنشطة أخرى على نفس المسار الحرج أو قد تظهر مسارات حرجة جديدة الأمر الذى يقتضى ضغط نشاط أو مجموعة من الأنشطة الجديدة وتكون الزيادة فى التكاليف نتيجة الضغط السابق والذى يقلل مدة تنفيذ المشروع عن النقطة T_1 أكبر من أو يساوى الزيادة فى

التكاليف التى تحققت فى الضغط الأول فى المدة من T_D حتى T_1 ونستمر على نفس المنوال حتى نصل الى النقطة B • وقد لانحتاج بطبيعة الحال الى حساب المنحنى AB بالكامل وانما عادة ماتتوقف بمجرد الوصول بوقت المشروع الى المستوى المرغوب فيه والذى قد يكون أكبر من T_d •

وبطبيعة الحال يجب اضافة التكاليف الأخرى غير المباشرة الى التكاليف المباشرة الناتجة من الاسراع فى تنفيذ المشروع وذلك في حالة الرغبة فى تقليل التكاليف الكلية للتنفيذ والتى تتحقق هذه الأخيرة عند تساوى الزيادة فى التكاليف المباشرة نتيجة الاسراع فى تنفيذ الأنشطة مع الوفورات فى التكاليف غير المباشرة والناتجة عن هذا الاسراع فى التنفيذ وذلك كما فى شكل ٦/٣ • ونشير هنا الى امكان النظر



(شكل ٦/٣)

الى المشروع الواحد على أنه مجموعة من المشروعات الصغيرة وبالتالى يتم تحديد الأوقات المختلفة لتنفيذ كل من هذه المشروعات الفرعية لنصل الى الأوقات والتكاليف الخاصة بالمشروع ككل ، الأمر الذى يمكن من تقسيم شبكات الأعمال الضخمة بما يتفق مع امكانيات الحاسب الآلى . ويكون هذا التقسيم ممكنا دائما طالما أن الزيادة فى التكاليف مقابل الاسراع فى الوقت يأخذ شكل علاقة خطية linear ، أو خطية متقطعة Piec-wise linear .

وبعد هذا الاستعراض السابق للفكرة الأساسية التى تقوم عليها الأساليب الخاصة بالاسراع فى وقت تنفيذ المشروع ، ننتقل الى بيان بعض هذه الأساليب وتنقسم هذه الأخيرة الى أساليب أو قواعد منطقية تمكن من الوصول الى حلول جيدة وتقترب كثيرا من الحلول المثلى وهذا ما سوف نتناوله فى الفقرة القادمة ثم بيان الاسلوب الذى قدمه - Fulkerson والذى يمكن من الوصول الى الحل الأمثل وفيه تنظر الى شبكة الأعمال على أنها شبكة تدفقات . وسوف نستعرض هذا الأسلوب الخاص بـ Fulkerson والذى يسمى بالخطوات ، أو النظام (خوارزميه) الخاصة بالتدفقات على شبكة الأعمال The Network flow Algorithm(*) فى الفصل الرابع من هذا الكتاب .

(*) ترجع كلمة Algorithm الى اسم العالم العراقى خوارزم والذى ساهم بشكل كبير فى نهضة العلوم الرياضية فى العصر الحديث .

٣ ـ مجموعة قواعد منطقية تستخدم فى المواءمة بين وقت وتكلفة المشروع :

Heuristic Procedure for Time - Cost Trade Offs :

نورد أولا فيما يلى أهم الخصائص المميزة لمجموعة القواعد هذه على أن يلى ذلك بيان هذه القواعد وتسلسلها فى الحل :

١/٣ أهم خصائص هذه القواعد المنطقية فى الحل :

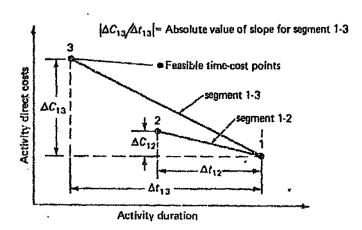
١ ـ لايشترط وفقا لمجموعة القواعد هذه أن تكون دالة التكاليف الخاصة بكل نشاط دالة خطية بل من الممكن أن تأخذ أى شكل ، كما أنه من الممكن أن يختلف الشكل الذى تأخذه الدالة من نشاط الى آخر ، الأمر الذى يحقق درجة عالية من المرونة لمواجهة المواقف المختلفة .

٢ ـ ان امكانية اسراع وقت المشروع يتم فى عدة نقاط محددة تبدأ من النقطة T_D وتنتهى عند النقطة T_d والتى تتمثل فى النقاط T_1, T_2, T_3, T_4 فى شكل (٣/٥) وتهتم مجموعة القواعد المنطقية هذه بتحديد التكاليف المباشرة الدنيا المقابلة لهذه النقاط فقط دون غيرها من النقاط ، فلاتهتم بتحديد التكاليف المقابلة لجميع الاوقات الواقعة بين هذه النقاط الممكنة . ولايقلل ذلك من القيمة العملية لهذه القواعد طالما أنها تنجح فى تحديد التكاليف المقابلة لنقط التنفيذ الممكنة والتى يمكن فعلا تنفيذ المشروع عندها .

٣ ـ كما تسمح مجموعة القواعد هذه بالحالات الخاصة بامكانية

استخدام مورد ما فى تحقيق اسراع فى تنفيذ أكثر من نشاط دفعـــــة واحدة أى لاتشترط الاستقلاليــة فيما بين الأنشطــة .

ولتطبيق قواعد الحل هذه يتطلب الأمر تحديد معدل الزيـــادة فى التكاليف مقابل الاسراع فى الوقت بالنسبة لكل نشــاط $\Delta C / \Delta T$ والتى يمكن التعبير عنها بميل الخط الواصل من نقطة تحقق النشـــاط فى وقت معين الى نقطة تحققه فى وقت أقل آخر وذلك كما فى شكل ٣/٧ على أن يلى ذلك تحديد النشاط الحرج الذى نبدأ بضغط الوقـــت



شـكل (٣/٧)

الخاص بــــــه والذى يتحقق عنده الحد الأدنى للزيادة فى التكاليف .

٢/٣ قواعد المواءمة بين الوقت والتكلفة :

Time - Cost Trade - off Rules :

القاعدة رقم (١) .Rule 1 :

اذا كان هناك أكثر من مسار حرج واحد ننتقل مباشرة الى القاعدة رقم (٣). أما اذا كان هناك نشاط واحد فقط فيتم في هذه الحالة دراسة جميع التخفيضات الممكن تحقيقها في وقت الأنشطة all elig ible segments - لأنشطة المسار الحرج ثم نختار النشاط صاحب أقل زيادة في التكاليف مقابل وحدة الزمن أي صاحب أقل قيمة $\Delta C / \Delta t$. وفي حالة تساوي أكثر من نشاط في مقدار الميل نختار النشاط صاحب القيمة Δt الأقل.

وتطبق هذه القاعدة طالما أن هذا التخفيض في الوقت لايحول المسار الحرج الى مسار شبه حرج Subcritical بسبب ظهور مسار حرج آخر. أما اذا ظهر مسار حرج آخر وتحول المسار الحرج الجاري الى مسار شبه حرج فننتقل الى القاعدة رقم (٢).

القاعدة رقم (٢) Rule 2 :

— نعبر عن أقل تخفيض ممكن حدوثه في المسار الحرج الجاري والذي يترتب عليه ظهور مسار أو مجموعة مسارات حرجة جديدة بالرمز Δt_c فاذا كان المسار الحرج الحالي طوله 15 يوما ويترتب على ضغط أحد الأنشطة على هذا المسار بمقدار يوم واحد ظهور مسار حرج جديد طوله 14 يوما كان معنى ذلك أن Δt تساوي واحد ($\Delta t = 1$).

- يتم دراسة جميع التخفيضات الممكن تحقيقها على الأنشطة المختلفة والتى تعبر عنها بالرمز Δt وبشرط أن تكون Δt أكبر من Δt_c أى أن $\Delta t \geqslant \Delta t_c$ ثم نختار النشاط صاحب أقل زيادة مطلقة فى التكاليف Δc وليس النشاط صاحب أقل معدل زيادة فى التكلفة والذى يقاس هذا الأخير بالرمز $\Delta c / \Delta t$ ، على أن نرمز لمعدل الزيادة فى التكلفة لهذا النشاط المختار صاحب أقل Δc بالرمز $\Delta c_m / \Delta t_m$.

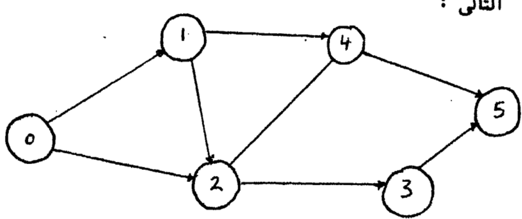
فاذا كانت $\Delta t_m = \Delta t_c$ نكون قد حققنا التخفيض المطلوب مع بقاء المسار الحرج الجارى تخفيضه كأطول مسار وذلك مع ظهور مسار أو عدة مسارات أخرى حرجة جديدة . أما اذا كانت $\Delta t_m > \Delta t_c$ فسوف يؤدى ذلك الى تحول المسار الحرج الاصلى الى مسار شبه حرج - Subcritical اذ يقل طوله عن المسار أو المسارات الحرجة الجديدة بمقدار Δt_{sc} ، $\Delta t_{sc} = \Delta t_m - \Delta t_c > 0$ وهنا يلزم فى هذه الحالة زيادة بعض الأنشطة على هذا المسار الذى أصبح شبه حرج ليصبح طول هذا المسار فى حدود طول المسار أو المسارات الحرجة الجديدة ، ويتم ذلك باعادة زيادة وقت تنفيذ بعض الأنشطة وفى حدود المقدار Δt_{sc} وبشرط أن تكون التكاليف المردودة ΔC أكبر ما يمكن . وتتم عملية اعادة بيع الوقت هذه لأحد الأنشطة أو مجموعة من الأنشطة الواقعة على المسار الحرج الأصلى والذى أصبح بعد التخفيض نشاطا شبه حرجا . وتكون معدل الزيادة فى التكلفة والناتجة من تطبيق القاعدة الثانية كما يلى $(\Delta C - \Delta C \text{ total sold back}) / \Delta t_m$

القاعدة رقم (٣) . Rule 3 :

تختص هذه القاعدة بحالة وجود أكثر من مسار حرج واحد •
فيتم في هذه الحالة تقسيم أنشطة شبكة الأعمال الى مجموعتين
II , I حيث تمثل المجموعة I جميع الأنشطة الحرجة التى
تشترك في جميع المسارات الحرجة • وتمثل المجموعة II الأنشطة
الحرجة التي تقع على مسار حرج واحد فقط دون باقي المسارات
الحرجة الأخرى• ونطبق هنا القواعد السابقة في حالة الرغبة فى
الاسراع من أنشطة المجموعة I ويكون معدل الزيادة في التكاليف
مقابل الاسراع في التنفيذ وحدة زمن واحدة $\Delta c_I \ / \ \Delta t_I$ •

أما في حالة الرغبة في اسراع أنشطة المجموعة II فيقتضى الأمر
في هذه الحالة زيادة أكثر من نشاط على أن يتم ذلك بطرق تقديرية
اذ يصعب وضع قاعدة عامه تصلح لجميع الحالات • كما قد يقتضى الأمر
الاسراع من عدة أنشطة وفى نفس الوقت الابطاء من أنشطة أخرى التى
لم يعد للاسراع في تنفيذها أى أثر على وقت تنفيذ المشروع •

ويمكن تطبيق القواعد السابقة فى ايجاد الحل الممكن للمثال التالى :



النشاط	الوقت المعتدل: الوقت	الوقت المعتدل: التكلفة	الوقت المضغوط: الوقت	الوقت المضغوط: التكلفة	الميل
(0,1)	4	$ 210	3	$ 280	$70
(0,2)	8	400	6	560	80
(1,2)	6	500	4	600	50
(1,4)	9	540	7	600	30
(2,3)	4	500	1	1100	200
(2,4)	5	150	4	240	40
(3,5)	3	150	3	150	-
(4,5)	7	600	6	750	150
		3050		4280	

شكل (٣ / ٨)

ونشير هنا الى امكانية تنفيذ أى نشاط اما عند الوقت المعتدل أو عند الوقت المضغوط مع عدم امكانية تحقق النشاط فى أى وقت يقع مابين الوقتين ، الوقت المعتدل والوقت المضغوط ، فالنسبة للنشاط (0 ,1) اما أن يتم تنفيذه فى أربعة أيام أو فى ثلاثة أيام دون امكان تنفيذه فى مدة متوسطة ، وكذا الحال بالنسبة للنشاط (0,2) اذ يتم تنفيذه فى ثمان أيام أو فى ستة أيام دون امكان تنفيذه فى أى مدة متوسطة ، مثل سبعة أيام مثلا ، وهكذا بالنسبة لباقى الأنشطة .

ويكون المسار الحرج فى هذا المثال هو المسار 5 -4-2-1-0 وذلك سواء فى حالة الالتزام بتنفيذ جميع الانشطة فى أوقاتها المعتدلة أو تنفيذ جميع الأنشطة فى أوقاتها المضغوطة ويكون طول المسار الحرج فى الحالة الأولى 22 يوما بتكلفة قدرها 3050 دولارا ويكون طوله فى الحالة الثانية 17 يوما بتكلفة مقدارها 4280 دولارا .

وفيما يلى سوف نبين كيفية استخدام القواعد المنطقية السابقة فى تحديد التكاليف الدنيا المقابلة لأوقات تنفيذ المشروع الممكنة والتى تقع مابين 22 يوما و 17 يوما وذلك كما يلى :

<u>تنفيذ المشروع فى 21 يوما :</u>

- ننظر الى الانشطة الحرجة لنختار النشاط صاحب أقل معدل زيادة فى التكاليف وهو النشاط 2-1 فى هذه الحالة، الا أن ضغط هذا النشاط سوف يؤدى الى تقليل وقت تنفيذ المشروع عن 21 يوما ولذا يتم فى هذه الحالة الانتقال الى القاعدة الثانية والخاصة بتحديد Δt_c وهى تساوى واحد فى هذه الحالة ثم ننظر الى جميع

تخفيضات الوقت Δt حيث $\Delta t \geqslant \Delta t_c$ ونختار من بينها النشاط صاحب أقل زيادة مطلقة فى التكاليف فيكون هو النشاط (1 , 0) والذى يؤدى الى أن يصبح وقت تنفيذ المشروع مساويا تماما 21 يوما وبالتالى لايوجد أى فائض على النشاط الحرج يقتضى اعادة رد وحدات من الزمن مرة أخرى. وبالتالى تكون أقل تكلفة لتنفيذ المشروع فى 21 يوما هى 70 + 3050 = 3120 دولارا .

تنفيذ المشروع فى 21 يوما :

ننظر الى الأنشطة الحرجة لنختار النشاط صاحب أقل معدل لزيادة فى التكاليف وهو النشاط 2-1 ، الا أن ضغط هذا النشاط يؤدى الى تقليل وقت التنفيذ الى 19 يوما ولذا يتم البحث عن الأنشطة التى تؤدى الى أقل زيادة مطلقة فى التكاليف وهنا نجد أن النشاط (2,4) يحقق نقصا قدره 90 دولارا علما بأنه من الممكن انقاص النشاط (1,2) بمقدار 100 دولارا مع امكانية اعادة رد الوقت السابق ضغطه على النشاط (0,1) فيكون صافى الزيادة فى التكلفة هى 30 دولارا. وبالتالى تكون أقل تكلفة لتنفيذ المشروع فى 20 يوما هى 3150 دولارا ..

وتظهر فى هذه الحالة مسارين حرجين آخرين وهما 5-4-1-0 و 5-4-2-0 اذ أن طول كل منهما 20 يوما .

تنفيذ المشروع فى 19 يوما :

وتتكون المجموعة I الخاصة بالانشطة المشتركة من النشاط (4,5)

والذى يحقق زيادة فى التكلفة قدرها 150 دولاراأما فى حالة الرغبة فى ضغط أنشطة أخرى فيقتضى الأمر ضغط أكثر من نشاط معا فمثلا ضغط النشاط (0,1) يحقق الاسراع فى مسارين حرجين دون الثالث الأمر الذى يقتضى ضرورة ضغط النشاط (0,2) على المسار الثالث ويكون مجموع الزيادة فى التكاليف 150 دولار أيضا كما أن ضغط النشاط(1,4) يقتضى ضغط النشاط (2,4) أيضا وتكون مجموع الزيادة فى التكلفة 150 = 90+60 ولذا يتم ضغط النشاط (4,5) ليصبح وقت تنفيذ المشروع 19 يوما وتكون التكلفة المقابلة هى 3300 دولارا • ويكون هناك ثلاث مسارات حرجة كما هى فى حالة 20 يوما •

تنفيذ المشروع فى 18 يوما :

تتكون المجموعة I من النشاط (4,5) والذى لايمكن الاسراع فى تنفيذه ولذا يقتضى الأمر ضغط أكثر من نشاط بالشكل الذى يجعل وقت تحقق الحدث (4) فى 12 يوما بدلا من 13 يوما ويكون ذلك أما بضغط (1, 0) • (2,4) مما يؤدى الى زيادة فى التكاليف 160 دولارا أو خفض (1,4) و (2,4) بمقدار 150 وهى أقل زيادة ممكنة ليصبح وقت المشروع 18 يوما والتكلفة 3450 دولارا •

تنفيذ المشروع فى 17 يوما :

ويتحقق ذلك باتمام الحدث 4 فى 11 يوما عن طريق ضغط كل من النشاطين (0,1) • (0,2) مقابل زيادة فى التكلفة 150 دولار وتصبح تكلفة تنفيذ المشروع 3680دولارا •ويلاحظ هنا

أنه يمكن تنفيذ المشروع فى 17 يوما دون ما حاجة الى ضغط النشاط (2,3) ، اذ يؤدى الاسراع من النشاط (2,3) الى زيادة التكاليف بمقدار 600 دولارا لتصبح مجموع التكاليف 4280 دولارا دون تحقق أى تحسن فى تنفيذ المشروع فى مدة أقل من 17 يوما .

٤ ـ تمارين :

١ ـ اذا كانت البيانات الخاصة بشبكة أعمال ما والتى تعبر عن أحد مشروعات الصيانة فى احدى الشركات وكان الوقت المعتدل والوقت المضغوط والتكلفة الخاصة بكل منهما كما يلى :

النشاط	الأنشطة السابقة على النشاط	الوقت المعتدل		الوقت المضغوط	
		الوقت	التكلفة	الوقت	التكلفة
A	-	3	$50	2	50
B	-	6	140	4	60
C	-	2	50	1	30
D	A	5	100	3	40
E	C	2	55	2	-
F	A	7	115	5	30
G	B, D	4	100	2	70
			610		

واذا كانت التكاليف غير المباشرة المقدرة لكل وقت من أوقات تنفيذ المشروع كما يلى :

وقت المشروع	12	11	10	9	8	7
التكاليف غير المباشرة	900	820	740	700	660	620

فاذا كان من الممكن أن يأخذ النشاط أى وقت يقع مابين الوقت المعتدل والوقت المضغوط وبشرط أن يكون ذلك وقتا صحيحا (أى لايسمح بالكسور) فالمطلوب استخدام خطوات الحل المنطقية لايجاد المواءمة بين الوقت والتكلفة مع بيان أن التكاليف الكلية المقابلة لأوقات المشروع المختلفة تكون كما يلى :

وقت المشروع	12	11	10	9	8	7
التكلفة الكلية	1510	1470	1430	1470	1530	1620

٢ ـ كرر التمرين السابق بفرض أنه يتم تنفيذ كل نشاط اما فى الوقت المعتدل أو الوقت المضغوط فقط دون امكان تنفيذ النشاط فى أى وقت يقع بينهما .

٣ ـ حل المثال السابق شكل (٨/٣) اذا كانت البيانات الخاصة بالوقت والتكلفة كما يلى :

النشاط	الوقت المعتدل		الوقت المضغوط	
	وقت	تكلفة	وقت	تكلفة
(0,1)	4	210	2	300
(0,2)	7	400	5	500
(1,2)	6	500	4	800
(1,4)	8	540	6	800
(2,3)	9	500	7	800
(2,4)	5	160	4	270
(3,5)	6	160	5	300
(4,5)	7	600	5	900

الفصل الرابع

الحل الأمثل لمشكلة المواءمة بين الوقت والتكلفة
Time Cost Trade off Optimal Solution

١ ـ مقدمة :

لقد بينا فى الفصل السابق القواعد المنطقية المستخدمة فى تحقيق درجة مرضية من المواءمة بين الوقت والتكلفة وسوف نبين فى هذا الفصل كيفية تحقيق هذه المواءمة بطريقة مثلى • فالقواعد المنطقية بالفصل الثالث وان تميزت بامكانية ايجاد حل سريع وجهود حسابية بسيطة ودون جهد كبير الا أنها لاتضمن دائما الوصول الى الحل الأمثل •

وننبه القارئ فى هذا الصدد الى أن فهم الطريقة المثلى يقتضى توافر خلفية قوية لدى القارئ عن مفاهيم بحوث العمليات بصفة عامة وأسلوب السمبلكس Simplex Method والنظرية الثنائية للبرمجة الخطية Duality Theory of LP بصفة خاصة • ولذا ننصح القارئ العادى اما استبعاد هذا الفصل أو أن يقفز فوق النواحى الرياضية متلمساالفكرة العامة لهذه الطريقة المثلى •

ورغم المحاولات التى بذلت فى تبسيط طريقة عرض الموضوع ، الا أنه لا مفر من ضرورة عرض الموضوع كما هو وبما يحويه من بعض الصعوبات والتحليلات العميقة والتى لايمكن تفاديها فى هذا الصدد • ولاشك أن فهـم الموضوع بتفاصيله الدقيقة سوف يمكن القارئ من تصميم القواعد

المنطقية التى تلزم لحل المشكلة الخاصة التى تواجهه بطريقة أكفــــأ وأكثر التصاقا بالطريقة المثلى ، اذ يصبح القارئ فى موقف أفضل بكثير عند تحديد خطوات الحل المثلى التى تتفق مع المشكلة محل الدراسة وتلك الخطوات التى تحتاج الى تعديل أو تطوير بسبب سقوط بعــض فروض النموذج وعدم انطباقها على المشكلة محل الدراسة . فالطــرق المنطقية للحل ماهى فى الحقيقة الا تقريب للحل الأمثل عن طريــــق اسقاط بعض الفروض وبالتالى اجراء التعديل اللازم لمواجهة ذلــك .

٢ ــ نموذج شبكة تدفقات الأعمال :

Network Flow Model :

قبل التصدى للمشكلة محل الدراسة والخاصة بالمواءمة بين الوقت والتكلفة ، نود أولا أن نستعرض نموذج شبكة تدفقات الأعمال والــذى ننظر فيه الى وجود تدفقــات معينة تمر على أسهم الشبكة ابتداء مــــن نقطــة البداية وانتهاء بنقطــة النهاية . اذ نرمــز الى التدفقــات المارة على السهم مابين الحــدث i والحدث j بالرمز f_{ij} . كمــا أننا نفترض أن الحد الأقصى للتدفقــات المسموح بها على أحد الأنشطة بالرمز c_{ij} أى أن

$$f_{ij} \leqslant c_{ij} \quad \forall (ij) \in A$$

واذ رمزنا الى التدفقــات المارة بشبكة الأعمال ابتداء مـــــن الحدث (١) وانتهاء بـالحدث n بالرمز v كان معنى ذلك

$$\sum_{j \in a(i)} f_{ij} = v$$

$$\sum_{j \in \mathcal{A}(i)} f_{ij} - \sum_{j \in \mathcal{B}(i)} f_{ji} = 0$$

$$\sum_{j \in \mathcal{B}(n)} f_{jn} = -v$$

$$0 \leqslant f_{ij} \leqslant C_{ij}$$

فاذا عملنا على تعظيم مقدار التدفقات v من حدث البداية الى حدث النهاية ، فانه يمكن التعبير عن النموذج فيما يلى :

$$\max \quad v$$

s.t.

$$(*) \quad \sum_{j \in \mathcal{A}(i)} f_{ij} - \sum_{j \in \mathcal{B}(i)} f_{ij} = \begin{cases} v, & i=1 \\ 0, & i \neq 1, n \\ -v, & i=n \end{cases}$$

$$0 \leqslant f_{ij} \leqslant c_{ij}$$

وهذا النموذج يعبر عن مشكلة معروفة وتعتبر من أساسيات علم التدفقات على شبكة الأعمال Flows on Networks والتى تم ايجاد حل أمثل لها بطريقة أقصى تدفقات للعالمين الأمريكيين فورد وفولكورسين Ford and Fulkerson Maximum Flow Algorithm

ولا شك أن النظرة الأولى للنموذج السابق تبين عدم وجود علاقة بالمرة بين هذه المشكلة الخاصة بتعظيم التدفقات على شبكة الأعمال والمشكلة التى نحن بصددها والخاصة بتحقيق المواءمة بين الوقت والتكلفة ، الا أن ذلك ليس صحيحا اذ أمكن تحويل مشكلة المواءمة بين

* تسمى مجموعة القيود هذه بمجموعة قيود حفظ ووقاية التدفقات Flow Conservation Constraints

الوقت والتكلفة الى مشكلة تعظيم مقدار التدفقات المارة على شبكـــــة الأعمال وذلك كما سيظهر فى الفقرات التالية •

٣ — طريقة الحل بالنظر الى شبكة الأعمال على أنها شبكة تدفقـــات وذلك فى حالة التعبير عن العلاقة بين الوقت والتكلفـة فـــى شكل علاقة خطية :

Linear Cost-Duration Function- Network Flow Algorithm :

يقوم هذا النموذج على افتراض أساسى يتمثل فى أن الزيــادة فى التكلفة مقابل الاسراع فى وقت تنفيذ النشاط تأخذ شكل علاقة خطية • وبالتالى يتم التعبير عن الزيادة فى التكلفة مقابل اسراع النشــاط (ij) بمقدار وحدة زمن واحدة بالرمز a_{ij} • ويترتب على افتراض هـــذه العلاقة الخطية مجموعة من النقاط نوردها فيما يلى :—

١ — ان هذا الفرض يتميز بالواقعية والبساطة •

٢ — أن كثير من الدوال غير الخطية يمكن تقريبها بمجموعة من العلاقات الخطية المتــقطعة • وبالتالى فان ايجاد الحل الأمثل فى حالة افتراض توافر علاقة خطية بين الوقت والتكلفة يعد بمثابة حجـــر الزاوية ونقطة الانطلاق لتحديد حدود الحل الأمثل فى حالة وجود علاقات أخرى غيرخطية •

The linear Case is the fundamental building block in achieving bounds on the optimum under non-linear cost functions.*

(*) Salah Elmaghraby, Activity Networks, John Wiley & sons, 1977, P.61.

٣ ــ ان افتراض وجود علاقة خطية يمكننا من استخدام نظرية البرامج الخطية وبالتالى امكانية الاستفادة من النتائج العديدة الخاصة بهذه النظرية ذات القواعد الصلبة والمبينة على تحليلات كاملة ودقيقة ٠

٤ ــ انها تمكنا بذلك من انشاء منحنى الحد الأدنى المعبر عن الزيادة فى التكاليف لجميع الأوقات الممكن تحقيقها ، الأمر الذى يمكننا من الاجابة على كل الاسئلة التى تثار بالنسبة لهذه المشكلة والتى يمكن ذكرها فيما يلى :

- ماهو مقدار الوقت المسموح به لكل نشاط بحيث يمكن اتمام المشروع فى ميعاد محدد مقدما وبأقل قدر من التكاليف ؟
- ماهو الوقت الذى يمكن تنفيذ المشروع فى حدوده ، وذلك فى ظل ميزانية محددة مقدما ؟
- ماهى مقدار الزيادة الحدية فى التكاليف كنتيجة لتخفيض وقت المشروع عن ميعاد سبق تحديده ؟
- هل تختلف مجموعة الأنشطة المعبرة عن عنق الزجاجة باختلاف وقت تنفيذ المشروع أم تظل مجموعة الأنشطة هذه كما هى ؟

٤ ــ النموذج الرياضى : The Mathematical Model:

يمكن التعبير عن العلاقة بين الوقت y_{ij} والتكلفة C_{ij} لجميع الأنشطة $A \in (ij)$ ،(حيث تعبر A عن مجموعة الأنشطة فى شبكة الأعمال) كما يلى :

$c_{ij} = b_{ij} - a_{ij} \cdot y_{ij} \; , \; l_{ij} \leq y_{ij} \leq u_{ij} ,$

$a_{ij} \; , \; b_{ij} \geq 0$

واذا رمزنا الى وقت تحقق الحدث j بالرمز t_j كان معنى ذلك أن

$$t_j \geq t_i + y_{ij} \quad \forall \; (ij) \in A \; , \; j = 2,3,\ldots,n,$$

$$t_1 \; , = 0$$

وبالتالى يتم التعبير عن المشكلة فى شكل نموذج رياضى يهدف الى تحديد أوقات الأنشطة y_{ij} وكذا تحديد أوقات تحقق الأحداث $\{t_j\}$ وذلك بالشكل الذى يحقق أقل زيادة ممكنه فى التكاليف Z نتيجة الالتزام بتنفيذ المشروع فى وقت محدد T وذلك كما يلى :

$$\min \quad Z = \sum_{(ij) \in A} C_{ij} = \sum_{(ij) \in A} (b_{ij} - a_{ij} y_{ij})$$

الا أن تدنيه Z يعنى مايلى :

$$\min \quad Z = \sum_{(ij) \in A} (b_{ij} - a_{ij} \, y_{ij})$$

$$= \sum_{(ij) \in A} b_{ij} - \sum_{(ij) \in A} a_{ij} \, y_{ij}$$

$$= - \sum_{(ij) \in A} a_{ij} \, y_{ij} + \text{constant}$$

الا أن تدنيه $\sum_{(ij) \in A} a_{ij} y_{ij}$ يعنى تعظيم $\sum_{(ij) \in A} a_{ij} \, y_{ij}$

وبالتالى يتم التعبير عن النموذج الرياضى كما يلى :

$$\max \; Z = \sum_{(ij)\in A} a_{ij} \cdot y_{ij}$$

s.t.

$$t_i - t_j + y_{ij} \leq 0$$

$$y_{ij} \leq u_{ij}$$

$$y_{ij} \geq l_{ij}$$

$$t_n = T$$

وبطبيعة الحال يمكن كتابة $-y_{ij} \leq -l_{ij}$ بدلا من $y_{ij} \geq l_{ij}$

كما أن قيمة T يجب أن تكون فى الحدود الممكنة المسموح بها والتى يمكن التعبير عنها رياضيا كما يلى :

$$\underline{T} = (t_n \backslash y_{ij} = l_{ij}) \leq T \leq \overline{T} = (t_n \backslash y_{ij} = u_{ij})$$

اذ تعبر $\underline{T}$ عن الحد الادنى لامكانية تنفيذ المشروع والذى يتحقق فى حالة الالتزام بتنفيذ الانشطة عند حدودها الدنيا ، كما تعبر $\overline{T}$ عن الحد الأعلى لامكانية تنفيذ المشروع والذى يتحقق فى حالة تنفيذ الأنشطة فى أوقاتها القصوى الممكنة والمتاحة لها . وأخيرا يمكن كتابة القيد $t_n = T$ على الشكل $-t_1 + t_n = T$ وذلك فى حالة افتراض أن نقطة البداية هى نقطة الصفر أى أن $t_1 = 0$ ، كما أنه يمكن أيضا كتابة هذا القيد الأخير على شكل $t_1 + t_n \leq T$ — اذ سوف تضمن دالة الهدف تحقق حالة التساوى بالنسبة لهذا القيد.

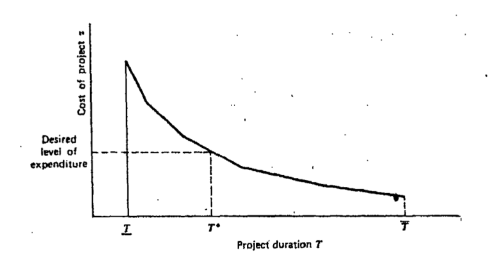
وتكون الصورة النهائية للنموذج بعد أخذ النقاط السابقة فـــــى الحسبان كما يلى :

$$\max = \sum_{(ij) \in A} a_{ij} \; y_{ij}$$

s.t.		Dual Variables
$t_i - t_j + y_{ij}$	0	f_{ij}
$-t_1 + t_n$	T	
y_{ij}	u_{ij}	g_{ij}
$-y_{ij}$	l_{ij}	h_{ij}

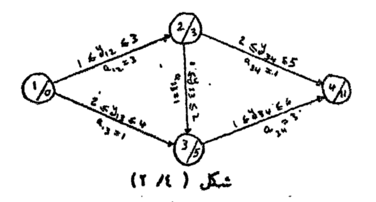
ويمكن استخدام نظرية البرمجة الخطية فى حل النموذج الرياضـى السابق وايجاد قيمة T لكل قيمة محددة من قيم T ، كما أنه يمكـــن تحديد قيم y_{ij} لأى قيمة من القيم التى يمكن أن تأخذهـــا وذلك بالنظر الى المشكلة على أنها مشكلة برمجة خطيـة متعـــــددة المعالم . Parametric Linear Prog. Prob.

وبامعان النظر فى النموذج السابق نجد أنه يتميز بمجموعـــة مـــن الخصائص التى تستأهل معاملته معاملة خاصة ، اذ تنحصر معامـــلات هذا النموذج فى 1- , 1,0 فقط ، وقد استرعت هذه الخصائـــص الخاصة بالنموذج العالم الرياضى الكبير فولكورسن والذى أمكنه استغـلال هذه الخصائص فى الوصول الى طريقة حل مثلى لتحديد منحنى العلاقة (C -T) شكل (١/٤) دون ما حاجة الى اللجوء الى الحلـــــول المطلوبة فى حالة استخدام البرامج الخطية بشكل مباشر .



شكــل (١/٤)

ويمكن توضيح النموذج الرياضى السابق بالتطبيـــق على المثـال التالى شكـــل (٢/٤) •



شكل (٤/ ٢)

فتكون معادلات النموذج الخـــاصـــة بهـــذا المثال كما يـلى :

$$
\begin{array}{llr|l}
\text{Max } Z = & 0t_1 + 0t_2 + 0t_3 + 0t_4 + 3y_{12} + y_{13} + y_{23} + y_{24} + 3y_{34} & & \underline{\text{Dual Vars}} \\
\text{s.t.} & t_1 - t_2 + y_{12} & \leq 0 & f_{12} \\
 & t_1 - t_3 + y_{13} & \leq 0 & f_{13} \\
 & t_2 - t_3 + y_{23} & \leq 0 & f_{23} \\
 & t_2 - t_4 + y_{24} & \leq 0 & f_{24} \\
 & t_3 + t_4 + y_{34} & \leq 0 & f_{34} \\
 & -t_1 + t_4 & \leq T & v \\
 & + y_{12} & \leq 3 & g_{12} \\
 & + y_{13} & \leq 4 & g_{13} \\
 & + y_{23} & \leq 2 & g_{23} \\
 & + y_{24} & \leq 5 & g_{24} \\
 & + y_{34} & \leq 6 & g_{34} \\
 & - y_{12} & \leq -1 & h_{12} \\
 & - y_{13} & \leq -2 & h_{13} \\
 & - y_{23} & \leq -0 & h_{23} \\
 & - y_{24} & \leq -2 & h_{24} \\
 & - y_{34} & \leq -1 & h_{34}
\end{array}
$$

٥ — خطوات فولكورسن للحل :

Fulkerson Network Algorithm :

تتمثل الفكرة الأساسية للحل في النظر الى النموذج الثنائـــي للمشكلة بدلا من النظر الى النموذج الأصلى ، اذ أمكن لفولكـورسن التعبير عن هذا النموذج الثنائي في شكل مشكلة تحديد أقصى تدفقات يمكن دفعها على شبكة أعمال والتي قدمناها في بداية هذا الفصـــــل وبالتالي يمكن استخدام طريقة أقصى تدفقات لفورد وفولكورسن في الوصـول الى الحل الأمثل . Ford and Fulkerson max.flow Alg.
وسوف نبين النموذج الثنائي للمثال السابق في الصفحه التاليه وذلـك كتمهيد لبيان النموذج الثنائي في شكلـه العـام .

وتكون جميع المتغيرات في النموذج الثنائي أكبر من أو تساوى صفـــر non - negative . حيث أن جميع قيود المسألة الرئيسية علـى شكل أقل من أو يساوى ، كما يتم التعبير عن قيود المسألة الثنائية فـي شكل متساويات ويرجع ذلك الى أن متغيرات المسألة الرئيسيه غـير محددة الاشارة Unrestricted in sign وبالرجوع الى النمـوذج العام للمسألة الرئيسية فانه يمكن التعبير عن النموذج الثنائي الخـاص بها كما يلى :

$$\min \quad z = T\,\mathcal{V} + \sum_{(ij)\in A} u_{ij}\, g_{ij} - \sum_{(ij)\in A} l_{ij}\, h_{ij}$$

s.t.

$$f_{ij} + g_{ij} - h_{ij} = a_{ij} \quad \forall\, (ij) \in A$$

$$\sum_{j} \left[f_{ij} - f_{ji} \right] = \begin{cases} \mathcal{V}, & i = 1 \\ 0, & i \neq 1, n \\ -\mathcal{V}, & i = n \end{cases}$$

$$\min z = 0f_{12} + 0f_{13} + 0f_{23} + 0f_{24} + 0f_{34} + Tv + 3g_{12} + 4g_{13} + 2g_{23} + 5g_{24} + 6g_{34} - h_{12} - 2h_{13} - 0h_{23} - 2h_{24} - h_{34} \qquad \text{Dual}$$

			Dual
$i=1$	s.t $\quad f_{12} + f_{13} - v$	$= 0$	t_1
$i=2$	$-f_{12} + f_{23} + f_{24}$	$= 0$	t_2
$i=3$	$-f_{13} - f_{23} + f_{34}$	$= 0$	t_3
$i=4$	$-f_{24} + f_{34} + v$	$= 0$	t_4
	$f_{12} + g_{12} - h_{12}$	$= 3$	y_{12}
	$f_{13} + g_{13} - h_{13}$	$= 1$	y_{13}
	$f_{23} + g_{23} - h_{23}$	$= 1$	y_{23}
	$f_{24} + g_{24} - h_{24}$	$= 1$	y_{24}
	$f_{34} + g_{34} - h_{34}$	$= 3$	y_{34}

ونشير هنا الى وجود مجموعة من الملاحظات الخاصة بهذا النموذج نوردها فيما يلى :

١ — اذ نظرنا الى المتغيرات f_{ij} على أنها بمثابة تدفقات تمر على شبكة الأعمال فان الـ n قيد الأخيرة تكون هى مجموعة حفظ ووقاية التدفقات
- Flow Conservation constraints .

٢ — لن تأخذ المتغيرات h_{ij} ، g_{ij} قيم موجبة معا وفى نفس الوقت فى أى حل أمثل ، أى أنه اذا أخذت المتغيرات g_{ij} قيم موجبة فان المتغيرات h_{ij} المقابلة تأخذ القيمة صفر وبالعكس اذا أخذت المتغيرات h_{ij} قيم موجبة فان المتغيرات g_{ij} المقابلة تأخذ القيمة صفر .

فاذا كانت $\alpha h_{ij} \geqslant g_{ij}$ فانه يمكن بيان أن هناك دائما حل مماثل ان لم يكن أفضل وذلك عن طريق انقاص g_{ij} ، h_{ij} بالمقدار h_{ij} فيصبح المتغير h_{ij} مساويا للصفر مع بقاء $g_{ij} \geqslant 0$ ، ويمكن توضيح ذلك بمثال كما يلى :

نفرض أن $g_{ij} = 15$ ، $h_{ij} = 7$ فيكون الفرق $u_{ij}\ g_{ij} - l_{ij} h_{ij}$ فى دالة الهدف أكبر دائما من حالة تخفيض كل من g_{ij} ، h_{ij} بالمقدار h_{ij} فيكون هذا الفرق فى المثال السابق مساويا $15\ u_{ij} - 7\ l_{ij}$ وهو أكبر دائما من $8\ u_{ij}$ فى حالة التخفيض ، اذ نجد أن

$$15\ u_{ij} - 7\ l_{ij} = 8\ u_{ij} + 7u_{ij} - 7\ l_{ij}$$

$$> 8\ u_{ij} \quad \text{since} \quad 7(u_{ij} - l_{ij}) > 0$$

وبالمثل فى حالة $h_{ij} > g_{ij} > 0$ فانه يمكن ايجاد حل مماثـــل أن لم يكن أفضل وذلك عن طـــريق انقاص g_{ij} ، h_{ij} بالقيمة g_{ij} ليصبح هذا المتغير الأخير مساويا الصفر ، $h_{ij} \geqslant 0$ ، فاذا كـــان $g_{ij} = 8$ ، $h_{ij} = 10$ فانه يمكن بيان أن :
$8\ g_{ij}\ -10\ h_{ij} > -2 l_{ij}$ وذلك كما يلى

$$8\ u_{ij} - 10\ l_{ij} = 8\ u_{ij}\ -8\ l_{ij}\ -\ 2\ l_{ij}$$

$$> -\ 2\ l_{ij} \quad \text{since } 8\ (u_{ij} - l_{ij}) > 0$$

ويمكن الوصول الى نفس النتيجة السابقة والخاصة بأن أحـــــد المتغيرات h_{ij} ، g_{ij} سوف يأخذ القيمة صفر وذلك عن طريـــق استخدام نظريـــة الركود المكملة Complementary slackness (CST) اذ أنه فى حالة تحقق $g_{ij} > 0$ كان معنى ذلـــك أن $u_{ij} = y_{ij}$ وبالتالى فان $-y_{ij} < -l_{ij}$ (طالما أن الحـــد الأعلى u_{ij} أكبر من الحد الأدنى l_{ij}) وبالتالى يكون المتغـــير $h_{ij} = 0$ ،* وبالمثل اذا كان $h_{ij} > 0$ كان معنى ذلك أن $-y_{ij} = -l_{ij}$ وبالتالى $y_{ij} < u_{ij}$ الأمر الذى يؤدى الـــى أن يأخذ المتغير g_{ij} القيمة صفر .

ويترتب على أنه أما أن تأخذ المتغيرات g_{ij} أو h_{ij} القيمة صفر، الى النظر الى مجموعة القيود الخاصة بالأنشطة الخاصة بشبكـــة الأعمال كما يلى :

---

* يرجع فى الاثبات الى Complementary Slackness Th.

- أن $a_{ij} \geqslant f_{ij}$ أو أن $a_{ij} \leqslant f_{ij}$ على أن يعتبر المتغير g_{ij} بمثابة المتغير الراكد Slack variable ويعتبر المتغير h_{ij} على أنه المتغير الزائد Surplus variable.

- أنه فى حالة $h_{ij} = 0$ كان معنى ذلك أن

$$g_{ij} = a_{ij} - f_{ij}$$

وأنه فى حالة $g_{ij} = 0$ كان معنى ذلك أن

$$h_{ij} = f_{ij} - a_{ij}$$

وأنه فى حالة $h_{ij} > 0$ كان معنى ذلك أن $a_{ij} - f_{ij} < 0$ وفى حالة $g_{ij} > 0$ كان معنى ذلك أن $f_{ij} - a_{ij} < 0$ ، وبالتالى فانه يمكن التعبير عن المتغيرات h_{ij} ، g_{ij} كما يلى :

$$g_{ij} = \max \left[0; \ a_{ij} - f_{ij} \right]$$

$$h_{ij} = \max \left[0; \ f_{ij} - a_{ij} \right]$$

فاذا نظرنا الى f_{ij} كما سبق أن ذكرنا على أنها تمثل التدفقات المارة على السهم (i j) ، فانه يكون من المنطقى النظر الى a_{ij} على أنها الطاقة الخاصة بالسهم (ij) وتكون بذلك g_{ij} بمثابة الطاقة الغير مستغلة على السهم (ij) و h_{ij} بمثابة التدفقات الزائدة عن الطاقة a_{ij} .

وحيث أن a_{ij} هو مقدار ثابت محدد مقدما كان معنى ذلك أن المتغير g_{ij} يكون خطيا فى f_{ij} وذلك فى المدى $0 \leqslant f_{ij} \leqslant a_{ij}$ بينما يكون المتغير h_{ij} خطيا فى f_{ij}

ولكن في المدى $+\infty > f_{ij} \geqslant a_{ij}$ وبالتالي يمكن اعادة كتابة دالـــــة الهدف للنموذج السابق لتصبح :

$$\min z = T\mathcal{V} + \sum_{(ij)} u_{ij} \cdot \max (0 , a_{ij} - f_{ij})$$
$$- \sum_{(ij)} l_{ij} \max (0 , f_{ij} - a_{ij})$$

وبالتالي تكون دالة الهدف دالة خطية في حجم التدفقات $\mathcal{V}$ ودالة خطية متقطعة Piece - Wise linear في f_{ij} .

فاذا كانت $f^{(1)}_{ij}$ تعبر عن التدفقات f_{ij} التي فـــــي حدود الطاقة a_{ij} و $f^{(2)}_{ij}$ تعبر عن التدفقات f_{ij} الـــتي تفوق الطاقة a_{ij} أي أن :

$$f^{(1)}_{ij} = f_{ij} \quad \text{for} \quad 0 \leqslant f_{ij} \leqslant a_{ij}$$

$$f^{(2)}_{ij} = f_{ij} \quad \text{for} \quad f_{ij} > a_{ij}$$

كان معنى ذلك أن :

$$f_{ij} = f^{(1)}_{ij} + f^{(2)}_{ij}$$

وبالتالي يمكن اعادة التعبير عن الحد الثاني والثالث في دالـــــة الهدف ليصبحان كما يلي :

$$\sum_{(ij)} u_{ij} \cdot \max (0, a_{ij} - f_{ij}) = \sum_{(ij)} u_{ij} (a_{ij} - f^{(1)}_{ij}$$

$$= - \sum_{(ij)} u_{ij} \; f_{ij}^{(1)} + \text{constant}$$

$$\sum_{(ij)} l_{ij} . \max\,(0; f_{ij} - a_{ij}) = \sum_{(ij)} l_{ij} \; f_{ij}^{(2)}$$

ويكون النموذج الثنائى للمشكلة محل الدراسة فى الشكل النهائـى التالـى :

$$\min z = T\,\mathcal{V} - \sum_{(ij)} u_{ij} \; f_{ij}^{(1)} - \sum_{(ij)} l_{ij} \; f_{ij}^{(2)}$$

$$+ \text{Constant}$$

s.t.

$$\sum_{j \in A(i)} (f_{ij}^{(1)} + f_{ij}^{(2)}) - \sum_{j \in B(i)} (f_{ji}^{(1)} + f_{ji}^{(2)}) = \begin{cases} \mathcal{V}, i = 1 \\ 0, i \neq 1, n \\ -\mathcal{V}, i = n \end{cases}$$

$$0 \leqslant f_{ij}^{(1)} \leqslant a_{ij}$$

$$0 \leqslant f_{ij}^{(2)} < +\infty$$

وبعد هذا العرض السابق فانه يمكن تلخيص ماسبق فيما يلى :

أن النموذج الخاص بالمشكلة يتمثل فيما يلى :

$$\text{maximize } z(T) = \sum_{(ij)\in A} a_{ij} y_{ij}$$

s.t.

	Dual Variables
$t_i - t_j + y_{ij} \leq 0$	f_{ij}
$-t_1 + t_n \leq T$	v
$y_{ij} \leq u_{ij}$	g_{ij}
$-y_{ij} \leq -l_{ij}$	h_{ij}

وأن النموذج الخاص بالمسألة الثنائية بعد التعبير عن المتغيرات h_{ij} و g_{ij} بقيمتها يأخذ الشكل التالى :

$$\text{minimize } Tv - \sum_{(ij)} \left(u_{ij} f_{ij}^{(1)} + l_{ij} f_{ij}^{(2)} \right) + \text{const}$$

s.t.

$$\sum_{j\in \alpha(i)} \left(f_{ij}^{(1)} + f_{ij}^{(2)} \right) - \sum_{j\in \beta(i)} \left(f_{ji}^{(1)} + f_{ji}^{(2)} \right) = \begin{cases} v, & i = 1 \\ 0, & i \neq 1, n \\ -v; & i = n, \end{cases}$$

$$0 \leq f_{ij}^{(k)} \leq a_{ij}^{(k)}, \quad k = 1, 2, \text{ all } (ij) \in A$$

ويمكن تطبيق ذلك على المثال السابق ليصبح النموذج الثنائى كما فى الصفحة التالية :

$$\begin{array}{llr}
\min z = 0f_{12} + 0f_{13} + 0f_{23} + 0f_{24} + 0f_{34} + Tv + 3g_{12} + 4g_{13} + 2g_{23} + 5g_{24} + 6g_{34} - h_{12} - 2h_{13} - 0h_{23} - 2h_{24} - h_{34} & & \text{Dual} \\
\text{s.t.}\quad f_{12} + f_{13} - v & = 0 & t_1 \\
-f_{12} + f_{23} + f_{24} & = 0 & t_2 \\
-f_{13} - f_{23} + f_{34} & = 0 & t_3 \\
-f_{24} + f_{34} + v & = 0 & t_4 \\
f_{12} + g_{12} - h_{12} & = 3 & y_{12} \\
f_{13} + g_{13} - h_{13} & = 1 & y_{13} \\
f_{23} + g_{23} - h_{23} & = 1 & y_{25} \\
f_{24} + g_{24} - h_{24} & = 1 & y_{24} \\
f_{34} + g_{34} - h_{34} & = 3 & y_{34}
\end{array}$$

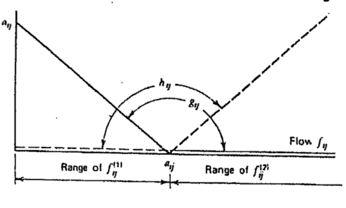
ورغم اختفاء المتغيرات g_{ij} ، h_{ij} من النموذج الثنائي الا أنهما موجودين بطريقة غير مباشرة ، بل انه من دراسة العلاقة بين النموذج الرئيسى والنموذج الثنائي يتبين مجموعة من الحقائق التى سبق شرحها والتى نوجزها فيما يلى :

١ ـ أن أخذ المتغير g_{ij} لقيمة موجبة أى $g_{ij} > 0$ يعنى مايلى :

— أن $h_{ij} = 0$.

— $u_{ij} = y_{ij}$ ، من نظرية الركود المكملة (CST).

— أن قيمة g_{ij} تمثل المجال range الخاص بالمتغير $f_{ij}^{(1)}$ شكل (٣/٤)



شكل (٣/٤)

كما أننا يمكن أن نستنتج مباشرة من تطبيق نظرية الركود المكملة (CST) مايلى :

$$\text{if} \quad t_i - t_j + u_{ij} < 0 \quad \Rightarrow f_{ij}^{(1)} = 0;$$
$$\text{if} \quad 0 < f_{ij}^{(1)} < a_{ij} \quad \Rightarrow t_i - t_j + u_{ij} = 0$$

وبالتالى اذا عبرنا عن المقدار $t_i - t_j + u_{ij}$ بالرمز $s_{ij}^{(1)}$

أى أن :

كان معنى ذلك أن التدفقات $f_{ij}^{(1)}$ يسمح لها أن تأخذ قيم موجبة اذا ماأخذ المتغير $s_{ij}^{(1)}$ القيمة صفر •

$$f_{ij}^{(1)} > 0 \text{ is permissible only if } S_{ij}^{(1)} = 0$$

٢ _ أن أخذ المتغير h_{ij} القيم موجبة أى $h_{ij} > 0$ يعنى مايلى :

_ أن $g_{ij} = 0$

_ أن $y_{ij} = l_{ij}$

_ أن قيمة h_{ij} تمثل المجال range الخاص بالمتغير $f_{ij}^{(2)}$ شكل (٣/٤)•

وبالمثل يمكن أن نستنتج مباشرة من نظرية الركود المكملة (CST) مايلى :

$$\text{if } t_i - t_j + l_{ij} < 0 \qquad f_{ij}^{(2)} = 0$$

$$\text{if } f_{ij}^{(2)} > 0 \implies t_i - t_j + l_{ij} = 0$$

واذا عبرنا عن المقدار $t_i - t_j + l_{ij}$ بالرمز $S_{ij}^{(2)}$ أى أن

$$S_{ij}^{(2)} \triangleq t_i - t_j + l_{ij}$$

كان معنى ذلك أن التدفقات $f_{ij}^{(2)}$ يسمح لها أن تأخذ قيم موجبة اذا ماأخذ المتغير $S_{ij}^{(2)}$ القيمة صفر •

$f_{ij}^{(2)} > 0$ is permissible only if $S_{ij}^{(2)} = 0$,

and $f_{ij}^{(1)} = a$

وبالتالى فان تحديدالتدفقات المارة من نقطة البداية الى نقطة النهاية وبالشكل الذى يؤدى الى تدنية قيمة دالة الهدف يقتضى السماح للتدفقات $f_{ij}^{(1)}$ أن تأخذ قيم موجبه بالنسبة للانشطة التى تتساوى أوقاتها بالحدود القصوى المسموح بها أى $y_{ij} = u_{ij}$ وأن يسمح للتدفقات $f_{ij}^{(2)}$ أن تأخذ قيم موجبهبالنسبة للانشطة التى تتساوى أوقاتها بالحدود الدنيا المسموح بهاأى $y_{ij} = l_{ij}$ ويكون ذلك أى $o < f_{ij}^{(2)}$ بالنسبة للاسهم التى يتحقق عندها التساوى مابين $f_{ij}^{(1)}$ و a_{ij} •

وبالتالى يتم احلال كل سهم من أسهم شبكة الأعمال والذى له تكلفة حديه محدودة a_{ij} بسهمين الأول له طاقة قدرها a_{ij} والثانى له طاقة غير محدودة •

وطالما أن التدفقات المدفوعة من حدث البداية الى حدث النهاية

$$v = \sum_{j \in \alpha(1)} f_{1j} = \sum_{i \in B(n)} f_{in}$$

فانه يمكن تقسيم التدفقات المارة هذه من نقطة البداية الى نقطة النهاية بالتدفقات $f_{ij}^{(1)}$ المارة على الأسهم ذات الطاقة القصوى a_{ij} والتدفقات $f_{ij}^{(2)}$ المارة على الاسهم ذات الطاقة غير المحدودة ، وذلك بالشكل الذى يحقق شروط الأمثلية السابق بيانها •

ويكون السؤال هنا كيف يمكن تحديد قيم هذه التدفقات السابقة

لجميع الاوقات T الواقعة مابين الحد الأدنى والحد الأقصى أى لجميع

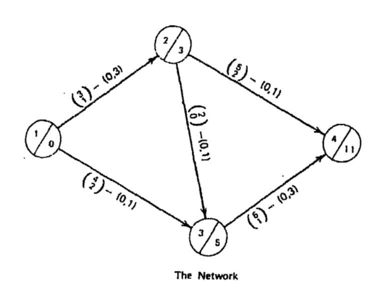
$$T \in [\underline{T} , \overline{T}]$$

ويتم ذلك فى الخطوات الثلاث الآتية :

١) تحديد مدى امكانية تقليل وقت تنفيذ المشروع لكى يتم فى الوقت T ، علما بأن $\underline{T} < \overline{T}$.

٢) ترميز labeling الأنشطة التى تسبب اقل زيادة فى التكاليف فى حالة الرغبة فى الاسراع فى تنفيذها .

٣) اجراء التخفيض فى وقت المشروع ، ويتم ذلك عن طريق نظام فرعى يقوم بتحديد التغيرات التى تحدث فى وقت تحقق الحلقات (الأحداث) the node time change subroutine وسوف يتم شرح هذه الخطوات على شبكة الأعمال شكل (٤/٤) .



The Network

شكل (٤/٤)

الخطوة الاولى : التحقق من مدى امكانية تقليل وقت تنفيذ المشروع:

Determining the feasibility of $T < \bar{T}$:

اذ لايمكن تحقيق أى تخفيض فى وقت تنفيذ المشروع اذا ماكان الوقت الخاص بتنفيذ جميع الانشطة الحرجة للمشروع عند حدودها الدنيا، ويكون ذلك صحيحا اذا ماكان من الممكن دفع تدفقات قدرها (∞) على المسار الحرج من حدث البداية الى حدث النهاية أى أنه $f_{ij}^{(2)} >$ وتأخذ قيمة لانهائية (∞)، وهذه الاخيرة تعنى أن $S_{ij}^{(2)} = 0$ على جميع الأنشطة الحرجة أى يتم تنفيذ جميع الأنشطة الحرجة عند حدودها الدنيا وبالتالى لامجال لامكانية تخفيض وقت المشروع

ولتحديد مدى امكانية دفع تدفقات قدرها (∞) نقوم بافتراض تنفيذ جميع الانشطة عند حدودها العليا أى أن $y_{ij} = u_{ij}$ • ثم نقوم بترميز حلقة البداية (حلقة (١)) بـ ($0, \infty$) • ثم نبحث ماذا كان $s_{ij}^{(2)} = 0$ بالنسبة لجميع الانشطة (ij) التابعة من حدث البداية (١) أم لا ؟ فاذا كان ذلك صحيحا لأى حلقة j تلى الحلقة (١) يتم ترميز هذه الحلقة بـ ($1, \infty$) أى من الممكن وصول تدفقات قدرها ∞ عن طريق الحلقة (١) •

وعموما لأى حلقة i تم ترميزها بـ $q_i = \infty$ فانه يتم اختبار جميع الحلقات j المتصلة بهذه الحلقة i ومعرفة ماذا كان $s_{ij}^{(2)} = 0$ أم لا؟فاذا كانت $s_{ij}^{(2)} = 0$ نقوم بترميز الحلقة j بـ (i, ∞) أى أنه من الممكن وصول تدفقات قدرها ∞ الى الحلقة j عن طريق الحلقة i • ونستمر فى عملية الترميز الى أن نصل الى أحد الحالتين التاليتين :

- عدم امكانية ترميز حلقة النهاية ، أى لايمكن دفع تدفقات قدرها (∞) حتى حدث النهاية وهذا يعنى امكانية تحقيق خفض فى وقت تنفيذ المشروع ، اذ أن عدم امكانية دفع تدفقات قدرها (∞) يعنى أن $s_{ij}^{(2)} \neq 0$ لبعض الانشطة الحرجة أى أن وقت تنفيذ هذه الانشطة الحرجة لايتم عند حدودها الدنيا ، وبالتالى مازال هناك امكانية تخفيض وقت المشروع • ويطلق على هذه الحالة بحالة عدم الانجاز nonbreakthrough •

- امكانية ترميز حلقة النهاية ، وهى ماتسمى بتحقيق انجاز

breakthrough وبالتالي لايكون هناك مجال لتحقيق أي تخفيض اضافي في وقت تنفيذ المشروع •

واذا انتهت عملية الترميز بالحالة الأولى — حالة عدم الانجاز — فيقتضي الامر البحث عن الأنشطة التي يمكن تخفيض وقت تنفيذها وبحيث تكون الزيادة في التكاليف أقل مايمكن • وهو ماسيتم في الخطوة الثانية •

وقبل الانتقال الى الخطوة الثانية نبين تطبيق الخطوة الأولى على المثال فنجد أن :

$$S_{12}^{(2)} = 0 - 3 + 1 < 0$$

$$S_{13}^{(2)} = 0 - 5 + 2 < 0$$

الأمر الذي يعني عدم امكانية دفع تدفقات مقدارها ∞ • أي أن هناك مجال لتخفيض وقت تنفيذ المشروع عن الوقت الحالي وهو 11 يوما •

الخطوة الثانية: ترميز الانشطة التي تسبب أقل زيادة في التكاليف :

Labeling for Minimum-Cost Activities Subroutine:

١ — تبدأ الأنشطة بوقت يمثل حدها الأقصى • كما نبدأ بعدم وجود أي تدفقات • أي أن :

$$y_{ij} = u_{ij} \quad , \quad f_{ij} = 0 \quad \forall \ (ij)$$

٢ — يتم ترميز الحلقات وذلك كما يلي :

١/٢ — ترمز الحلقة (١) دائما بـ $(0, \infty)$

٢/٢ — بالنسبة لأى حلقة i تم ترميزها ، نقوم بترميز الحلقات j المتصلة بها فى الاتجاه $i \rightarrow j$ وفقا للحالتين التاليتين :

١/٢/٢ — اذا كانت $S_{ij}^{(1)} = 0$, $F_{ij} < a_{ij}$

ففى هذه الحالة يتم ترميز j بـ (i , q_j)

أى يمكن دفع التدفقات q_j من الحلقة i وتتحدد q_j كما يلى :

$$q_j = \min (q_i , r_{ij}), r_{ij} = a_{ij} - f_{ij}^{(1)}$$

اذ يتحدد الحد الاقصى للتدفقات الممكن دفعها فى ضوء التدفقات التى تم دفعها الى الحلقة i وهى q_i ، وفى ضوء مايمكن دفعه على النشاط (ij) والذى يتمثل فى المتبقى من الطاقة a_{ij} بعد طرح التدفقات الموجوده $f_{ij}^{(1)}$

٢/٢/٢ — اذا كانت $S_{ij}^{(2)} = 0$

وفى هذه الحالة يتم ترميز الحلقة j بـ (i , q_j) ، حيث $q_j = q_i$ ، اذ فى هذه الحالة الأخيرة يمكن دفع أى كمية على النشاط (ij) ، وبالتالى تتوقف q_j فقط على المتاح من تدفقات لدى الحلقة i والتى يمكن بالتالى دفعها الى الحلقة j .

٣/٢ بالنسبة لأى حلقة j تم ترميزها فاننا نقوم بترميز الحلقات i المتصلة بالحلقة j فى الاتجاه $j \rightarrow i$ ، أى فى

هذه الحالة تم ترميز الحلقة j بالقيمة q_j علمـــا بأن الحلقة i السابقة على الحلقة j لم يتم ترميزها ، ويتم هذا الترميز للحلقة i كما يلى :

١/٣/٢ ـ اذا كانت $s_{ij}^{(1)} = 0$

ففى هذه الحالة يتم ترميز الحلقة i بـ (q_i , j)

حيث q_i تساوى

$$q_i = \min (q_j , f_{ij}^{(1)})$$

٢/٣/٢ ـ اذا كانت $s_{ij}^{(2)} = 0$

ففى هذه الحالة يتم ترميز الحلقة i بـ (q_i , j) حيـــث q_i تســاوى

$$q_i = \min (q_j , f_{ij}^{(2)})$$

ويؤدى هذا الترميز العكسى للحلقة i من الحلقة j الـى اعادة رد بعض التدفقات التى كان قد سبق دفعها على السهم (ij) عندما كان جزءا من المسار الحرج السابق •

ونستمر فى عملية الترميز حتى نصل الى أحد الحالات الثلاث التالية

ـ انجاز الحلقة n بتدفقات q_n

Breakthrough to n with finite q_n

ويعنى هذا الى امكانية دفع التدفقات q_n من حدث البداية الـــى حدث النهاية على مسار يطلق عليه مسار زيـــادة التدفقـــــــات

flow augmenting path

وبالتالى يتم تعديل الطاقة المتبقية ويتم شطب الترميزات السابقة ماعدا الحلقات التى تم ترميزها بـ ∞ ثم نعود الى تكرار عمليات الترميز وفقا للتدفقات الجديدة •

ـ انجاز الحلقة n بتدفقات لانهائية $\gamma_n = \infty$

Breakthrough to n with $\gamma_n = \infty$

وهنا يتم التوقف حيث لا يمكن اجراء أى مزيد من التخفيض فى وقت تنفيذ المشروع •

ـ عدم تحقيق انجاز Nonbreakthrough condition

وفى هذه الحالة ننتقل الى الخطوة الثالثة فى برنامج الحل • وعادة مانصل الى حالة عدم الانجاز هذه بعد تحقق عدة انجازات للحلقة n بتدفقات محدودة γ • وتؤدى حالة عدم الانجاز هذه الى تحديد مجموعة الانشطة الفاصلة (C) cutset والتى تفصل مجموعة الحلقات المرمزة عن مجموعة الحلقات غير المرمزه •

ويمكن بيان كيفية تطبيق هذه الخطوة على المثال السابق كما يلى :

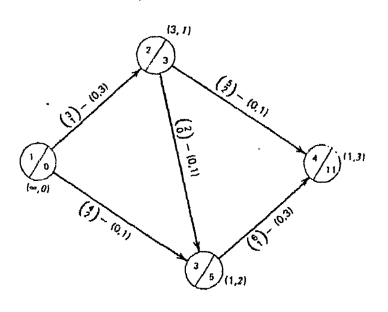
ـ $f_{12}^{(1)} = 0$ ، $S_{12}^{(1)} = 0$ وبالتالى يتم ترميز الحلقة (2) بـ (3,1) إذ أن $\gamma_{12} = 3$.

ـ $S_{13}^{(1)} < 0$ وبالتالى $S_{13}^{(2)} < 0$ أى لا مجال لترميز الحلقة (3) من الحلقة (1) •

– $f_{23}^{(1)} = 0 < 1$ $S_{23}^{(1)} = 0$ وبالتالى يتم ترميز الحلقة (3) بـ (1 ,2)

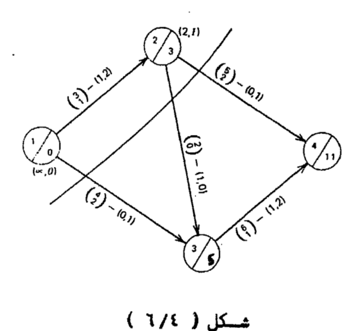
– $S_{24}^{(1)} = 0$ أى عدم امكانية ترميز (4) من (2).

– $S_{34}^{(1)} = 0$ أى يتم ترميز الحلقة الرابعة بـ (1,3) وذلك كما فى الرسم .



شكل (٤/ ٥)

يتم بعد ذلك تعديل الطاقة الفائضة على كل نشاط residual capacity ثم تكرر عملية الترميز ، والتى انتهت فى المثال السابق بحالة عدم اجتياز وذلك كما فى شكل (٦/٤) ٠



شــكل (٦/٤)

وتتكون بذلك المجموعة الفاصلة من الأنشطة (2,4) (2,3) (1,3) أى أن :

$$\mathcal{C} = \{(1,3),(2,3),(2,4)\}$$

الخطوة الثالثة : النظام الفرعى الخاص بتغيير وقت تحقق الحلقات :

The Node Time-Change Subroutine :

يتم تطبيق هذا النظام الفرعى فى حالة عدم تحقيق أى انجـــاز non breakthrough ، أى فى حالة عدم امكان دفع تدفقات من حدث البداية الى حدث النهاية ، اذ يتم فى هذه الحالة تقسيم حلقات شبكة الأعمال الى حلقات تم ترميزها وحلقات لم يتم ترميزها وتكون المجموعة

الفاصلة هى مجموعة الانشطة الواصلة مابين هذه الحلقات التى تم ترميزها وتلك التى لم يتم ترميزها وذلك كما فى شكل (٦/٤) . وتحتوى $\mathcal{C}$ بذلك على مجموعتين من الانشطة Z_2 , Z_1 حيث تعبر Z_1 عن الانشطة (ij) الواصلة بين الحلقات i التى تم ترميزها والحلقات j التى لم يتم ترميزها ويتم ذلك فى الاتجاه $i \rightarrow j$ وتكون $S_{ij}^{(k)} < 0$ حيث $k = 1,2$ ، أى أن

$$Z_1 = \left\{ (ij) : i \text{ labeled} , j \text{ not labeled} \; S_{ij}^{(k)} < 0 \right\}$$

وتعبر Z_2 عن الأنشطة (ij) الواصلة بين الحلقات التى لم يتم ترميزها والحلقات j التى تم ترميزها وتكون $S_{ij}^{(k)} > 0$, $k = 1,2$ أى أن :

$$Z_2 = \left\{ (ij) : i \text{ not labeled} , j \text{ labeled}, \; S_{ij}^{(k)} > 0 \right\}$$

ويتم استبعاد حالة $S_{ij}^{(k)} = 0$ ، $k = 1,2$

يتم حساب δ_1 ، δ_2 ، δ كما يلى :

$$\delta_1 = \min_{Z_1} \left(- S_{ij}^{(k)} \right)$$

$$\delta_2 = \min_{Z_2} \left(S_{ij}^{(k)} \right)$$

$$\delta = \min \left(\delta_1 , \delta_2 \right)$$

على أن يتم تخفيض وقت تحقق الحلقات التى يتم ترميزها بالمقدار δ أى تغير $\{t_j\}$ لتصبح $\{t_j - \delta\}$ ، ثم يتم شطب عمليات الترميز

السابقه كلها باستثناء تلك التى تم ترميزها بالمقدار ∞ ، وعلى أن تعود الى الخطوة الثانية وهكذا حتى يتم التحليل .

ويمكن توضيح هذا النظام الفرعى لتغيير وقت تحقق الحلقات فيما يلى :

— تعبر المجموعة Z_1 عن الانشطة (ij) الواصلة بين كل الحلقات j التى لايمكن دفع تدفقات اليها عن طريق الحلقات i التى تم ترميزها وذلك بسبب أن $S_{ij}^{(k)} < 0$ أى أن :

أى أن: $t_i - t_j + l_{ij} < 0 \ , \ t_i - t_j + u_{ij} < 0$

$$t_i + l_{ij} < t_j \ , \ t_i + u_{ij} < t_j$$

وبالتالى يتم تحديد δ_1 لتمثل أقل وقت يلزم لانقاص وقت تحقق الحدث j بحيث تصبح $S_{ij}^{(k)} = 0$ وبالتالى امكان دفع تدفقات من $j \longrightarrow i$ وهنا اذ كانت δ_1 خاصة بـ $S_{ij}^{(1)}$ كان معناه أن النشاط (ij) سوف يصبح نشاطا حرجا عند حده الاعلى u_{ij} واذا كانت δ_1 خاصة بـ $S_{ij}^{(2)}$ كان معناه أن النشاط (ij) سوف يضغط الى حده الأدنى l_{ij} .

— تعبر المجموعة Z_2 عن الانشطة الواصلة بين الحلقات i السابقة على الحلقات j التى تم ترميزها رغم عدم ترميز الاحداث i والتى يمكن رد بعض الوقت الى هذه الانشطة ، اذ لم يعد هناك حاجة الى الاسراع فى تنفيذها . ويرجع ذلك الى أن $S_{ij}^{(k)} > 0$ ، أى أن

أى أن $t_i - t_j + l_{ij} > 0 \ , \ t_i - t_j + u_{ij} > 0$

$$t_i + l_{ij} > t_j \qquad , \ t_i + u_{ij} > t_j$$

وبالتالى يتم تحديد δ_2 لتمثل أقل وقت يمكن زيادته على النشاط ij وذلك عن طريق انقاص وقت تحقق الحلقة i بحيث يصبح الفرق بين t_i , t_j مساويا اما u_{ij} فيصل النشاط الى حده الأعلى أو ليصبح الفرق بين t_i ، t_j مساويا حده الأدنى l_{ij} . ويتوقف ذلك على ما اذا كانت δ_2 خاصة بـ $S^{(1)}_{ij}$ أو $S^{(2)}_{ij}$.

ـ وتتحدد δ بأقل وقت يلزم لتحويل مسار عليه فائض الى مسار حرج عند حده الأعلى أو ضغط مسار الى حده الأدنى او اعادة رد وقت على أحد المسارات التى سبق ضغطها ويتم ذلك على المثال السابق كما يلى :

$$\mathcal{C} = \left\{(1,3),(2,3),(2,4)\right\}$$

وحيث أنه تم ترميز الحلقات $1,2$ ولم يتم ترميز $3,4$ وحيث أن جميع الاسهم فى الاتجاه $i \longrightarrow j$ حيث i حلقة تم ترميزها و j حلقة لم يتم ترميزها ، كان معنى ذلك أن $Z_1 = \mathcal{C}$ ، $Z_2 = \phi$

وحيث أن :

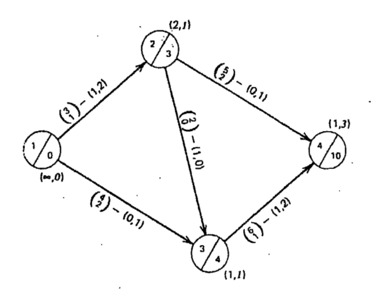
$$S^{(1)}_{13} = 0 - 5 + 4 = -1 \Longrightarrow S^{(2)}_{13} < 0$$

$S_{23}^{(1)} = 3 - 5 + 2 = 0 \quad , \quad S_{23}^{(2)} = 3 - 5 + 0 = -2 < 0$

$S_{24}^{(1)} = 3 - 11 + 5 = -3 < 0$

$\therefore \delta_1 = \min(-(-1), -(-2), -(-3)) = 1$

وبالتالى يتم تخفيض أوقات الحلقات $j = 3,4$ لتصبح قيمتها 4 , 10 علـــى أن يتم ترميز الحلقة 3 من الحلقـــة2 اذ أن $S_{23}^{(2)} < 0$ كما أن δ خاصة $S_{13}^{(1)}$ وذلك كما فى شكـــل (٤/٧) .



شـكل (٤/٧)

كما يتم ترميز الحلقة 4 من الحلقة 3 .

وتمثل الخطوات الثلاث السابقة اتمام مرحلة كاملة للانتقال مـــن

11 يوما الى 10 يوما ونكرر نفس هذه الخطوات للانتقال من 10 أيــام الى أن نصل الى أقل حد ممكن لتنفيذ المشروع.وسوف نقوم بتطبيق ذلك على المثال السابق كما يلي :

المرحلة الثانية T=10 :

بالنظر الى شكل ٧/٤ نجد أن :

$$S_{12}^{(1)} = 0 - 3 + 3 = 0 \ ,(\ r_{12} = 2 \ )$$

وهذا يعنى ترميز الحلقة (2) بـ (2,1)

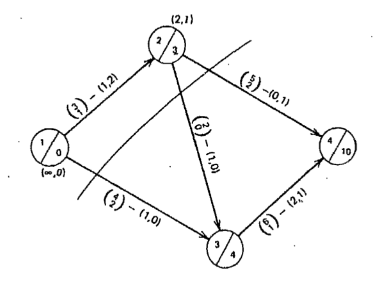
$$S_{13}^{(1)} = 0 - 4 + 4 = 0, \ (r_{13} = 1)$$

هذا يعنى ترميز الحلقة (3) بـ (1,1)

$$S_{24}^{(1)} = 3 - 10 + 5 < 0 \quad , \ S_{34}^{(1)} = 4 - 10 + 6 = 0,$$

$$(r_{34} = 2)$$

وهذا يعنى ترميز الحلقة 4 بـ (1,3) ، حيث نلاحظ أن q_4 هى الأقل مابين q_3 ، r_{34} أى يتم انجاز الحلقة الرابعة حيث تكون $q_4 = 1$. يتم شطب جميع الرموز الخاصة بالشبكة ماعدا الحلقة (1) التى تم ترميزها بـ ∞ ثم نبدأ عملية الترميز مرة أخرى . وذلك كما فى شكل (٨/٤) ، حيث يتم ترميز الحلقة (2) بـ (2,1) .



شكل (٤/٨)

حيث نجد أن ($r_{12} = 2$) , $S_{12}^{(1)} = 0 - 3 + 3 = 0$

الا انه لا يتم ترميز الحلقة (3) حيث أن $S_{13}^{(1)} = 0$ ولكن الطاقـــة $r_{13} = 0$ ، كما نجد أن $S_{23}^{(1)} > 0$ • $S_{23}^{(2)} < 0$ أى لا يمكن ترميز الحلقة (3) من الحلقة (2) • كما لا يمكن ترميز الحلقة (4) من الحلقة (2) حيث أن $S_{24}^{(1)}$ ، $S_{24}^{(2)} < 0$

وبالتالى تنتهى عملية الترميز هذه، بعدم تحقق انجاز وبالتالـــى ننتقل الى الخطوة الثالثة من خطوات الحل والخاصة بتغيير وقت تحقـــق الحلقات حيث نجد أنه تم ترميز الحلقة (2)،(1) دون الحلقـــة

(4) ، (3) وبالتالى تكون

$$\zeta = \{ (1,3) , (2,3) , (2,4) \}$$

كما أن $\zeta = Z_1$ ، $Z_2 = \phi$ وبالتالى لحساب δ_1 نحسب مايلى :

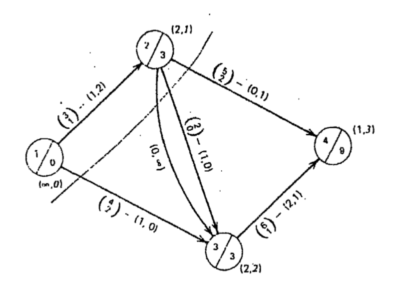
$$S_{13}^{(1)} = 0 \quad , \quad S_{13}^{(2)} = 0-4-+2 = -2 < 0$$

$$S_{23}^{(2)} = 3 - 4 - + 0 = -1 < 0$$

$$S_{24}^{(1)} = 3 - 10 + 5 = -2 < 0$$

$$\Longrightarrow \delta_1 = \min \{-(-2),-(-1),(-2)\} = +1$$

وتكون δ_1 خاصة بالنشاط 3←2 وبالتالى تنخفض t_3 لتصبح مساوية 3 و t_4 لتصبح مساويه 9 . ونظرا لأن مصدر δ_1 هو $S_{23}^{(2)}$ كان معنى هذا أن النشاط 3←2 قد وصل الى حده الأدنى ، وبالتالى يتم رسم سهم جديد للنشاط 3←2 ليسمح بمرور التدفقات $f_{ij}^{(2)}$ ، وذلك كما فى شكل (٤/٩) .



شـكل (٩/٤)

المرحلة الثالثة T = 9 :

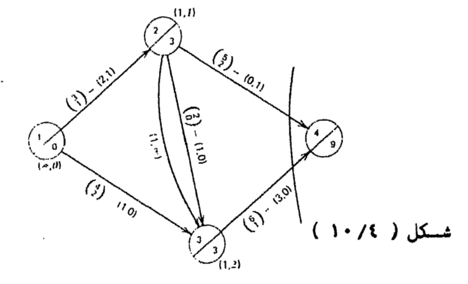
يتم ترميز الحلقة (2) من الحلقة (1) بالرمز (1, 2) حيث أن $S_{12}^{(1)} = 0$ ، $r_{12} = 2$ ، أما بالنسبة للحلقـــة (3) فلا يتم ترميزها من الحلقة (1) حيث أن $S_{13}^{(1)} > 0$ ، $S_{13}^{(2)} < 0$، على أنه يمكن ترميز الحلقة (3) من الحلقة (2) بالرمز (2,2) حيـــث أن $S_{23}^{(2)} = 0$ ويتم ترميز الحلقة (4) من الحلقة (3) بالرمـــز (1,3) حيث أن $S_{34}^{(1)} = 0$ وذلك كما في شكل (٩/٤) •

أى تنتهى الخطوة الثانية بتحقيق انجاز الى الحلقة الرابعـــة

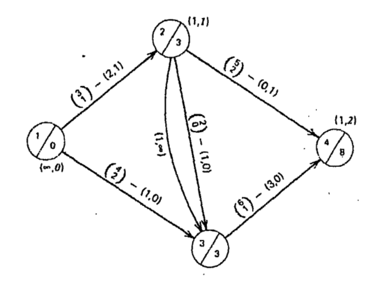
بالقيمة 1 ، وبالتالى يتم تعديل التدفقات كما فى شكل (١٠/٤)
ثم نعيد عملية الترميز حيث يتم ترميز الحلقة (2) من الحلقة (1) بالرمز (1 ، 1) حيث أن $S_{12}^{(1)}=0$ ، $r_{12}=1$ وكذا يتم ترميز الحلقة (3) من الحلقة (2) بالرمز (1,2) حيث أن $S_{23}^{(2)}=0$ اما الحلقة الرابعة فلا يمكن ترميزها وبالتالى نصل الى حالة عدم انجاز كما فى شكل (١٠/٤) وبالتالى ننتقل الى الخطوة الثالثة من خطوات الحل والخاصة بتغيير وقت تحقق الحلقات حيث تم ترميز الحلقات (1), (2), (3) ، دون الحلقة (4)
وبالتالى تكون

$$G = \{(2,4),\ (3,4)\}\ ,\ Z_2 = \phi$$

وتكون $\delta_1 = 1$ حيث أن $S_{24}^{(1)} = -1$, $S_{34}^{(2)} = -5$ ،
وتخص δ_1 النشاط 4 ← 2 حيث يصبح نشاطا حرجا عند حده الأعلى $U_{24} = 5$ ، ويتم تعديل وقت تحقق الحلقة (4) لتصبح 8 وذلك كما فى شكل (١١/٤) .



شكل (١٠/٤)

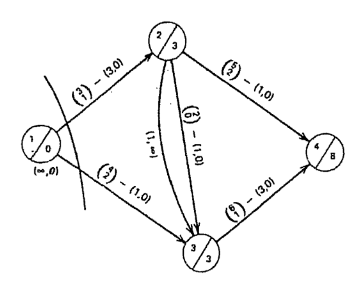


شـكل (٤/ ١١)

المرحلة الرابعة $T = 8$:

يتم ترميز الحلقة (2) من الحلقة (1) بالرمز (1,1) حيث أن $S_{12}^{(1)} = 0$ ، $r_{12} = 1$ ، ولايتم ترميز الحلقة (3) مـن الحلقة (١) اذ أن $S_{13}^{(2)} < 0$ ، $S_{13}^{(1)} > 0$ ، الا أنه يـتم ترميز (4) من (2) بالرمز (1 ,2) حيث أن $S_{24}^{(1)} = 0$ ،

وبذا يتحقق انجاز للحلقة الرابعة بالقيمه $q_4 = 1$ ، فيتم تعديـل التدفقات وذلك كما فى شكل (٤/ ١٢) ثم نعيد عملية الترميز اذ نجـد



شــكل (١٢/٤)

عدم امكانيــة ترميــز (2) من (1) حيث أن :

$S_{12}^{(1)} = 0$ الا أن $r_{12} = 0$ كما أن $S_{12}^{(2)} < 0$ ، وبالمثل

لا يتم ترميز (3) من (1) . اذ أن $S_{13}^{(2)} < 0$. وبالتالى

نصل الى حالة عدم انجاز كما في شكل ١٢/٤ ، وبالتالى ننتقل الى

الخطوة الثالثة من خطوات الحل والخاصة بتغيير وقت تحقق الحلقات

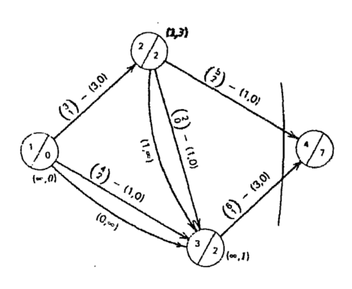
حيث تم ترميز الحلقة (1) ولم يتم ترميز الحلقة (2) ، (3)

فتكون

$$\mathcal{C} = \{(1,2) \; , (1,3)\} \qquad , Z_2 = \phi$$

وتكون $\delta_1 = 1$ حيث أن $S_{12}^{(2)} = -2$ ، $S_{13}^{(2)} = -1$ وتخص

δ_1 النشاط $3 \rightarrow 1$ الذى يصل الى حده الأدنى وبالتالى ننشىء سهم آخر يسمح بمرور التدفقات $f_{13}^{(2)}$ كما فى شكل (١٣/٤).



شكل (١٣/٤)

المرحلة الخامسة T= 7 :

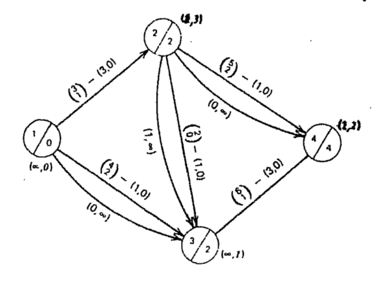
لايتم ترميز الحلقة (2) من الحلقة (1) حيث أن $0 < S_{12}^{(2)}$ ، بينما يتم ترميز الحلقة (3) من الحلقة (1) بالرمز (1 , ∞) حيث أن $S_{23}^{(2)} = 0$ ، ويتم ترميز الحلقة (2) من (3) بالرمز (1,3) اذ أن $S_{23}^{(2)} = 0$ فيتم رد التدفقات السابقة $f_{13}^{(2)}$ اذ أن $q_2 = \min (q_3, f_{23})$ أى أن

$q_2 = \min \; (\infty \;, 1)$ ولا يتم ترميز الحلقة (4) سـواء من الحلقة (2) أو الحلقة (3) اذ أن $S_{24}^{(1)} = 0$ بينما $r_{24} = 0$ كما أن $S_{24}^{(2)} < 0$ وكذلك $S_{34}^{(2)} < 0$. وبالتالى ننتقل الى الخطوة الثالثة الخاصة بتغيير وقت تحقق الحلقات حيث تم ترميز الحلقات (1) ، (2) ، (3) دون (4) وبالتالى تكون

$$\mathcal{C} = \{ (2,4) \;, (3,4) \} \qquad , \qquad Z_2 = \phi$$

وتكون $\delta_1 = 3$ حيث أن $S_{24}^{(2)} = -3$ ، $S_{34}^{(2)} = -4$

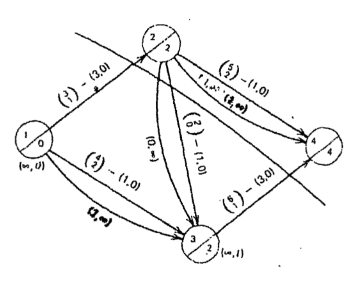
وتخص δ_1 النشاط $4 \longrightarrow 2$ حيث يصل الى حده الأدنى وبالتالى ننشىء سهم آخر يسمح بمرور التدفقات $f_{24}^{(2)}$ كما فى شكل (١٤/٤) .



شكل (١٤/٤)

المرحلة السادسة T=4 :

يتم ترميز الحلقة (3) من الحلقة (1) بالرمز (1,∞) حيث أن $S_{13}^{(2)} = 0$ وكذا يتم ترميز (2) من (3) بالرمز (1,3) حيث أن $S_{23}^{(2)} = 0$ وأخيرا يتم ترميز الحلقة (4) من الحلقة (2) بالرمز (2, 1) حيث أن $S_{24}^{(2)} = 0$ • أى يتم انجاز الحلقة الرابعة بالقيمة $q_4 = 1$ • فيتم تعديل التدفقات وذلك كما فى شكل (٤/ ١٥) • ثم نعيد الترميز حيث يتم ترميز (3) من (1) بالرمز (1,∞)



شكل (٤/ ١٥)

دون امكانية ترميز الحلقة (2) • (4) • وبالتالى ننتقل الى

الخطوة الخاصة بتغيير وقت تحقق الحلقات حيث

$\mathcal{L} = \{(1,2),(2,3),(3,4)\}$, $Z_1 = \{(1,2),(3,4)\}$

$Z_2 = \{(2,3)\}$

وتكون $\delta_1 = 1$ حيث أن $S_{12}^{(2)} = -1$ ، $S_{34}^{(2)} = -1$ أى

يصل وقت التنفيذ النشاطين 2 ← 1 ، 4 ← 3 الى الحد الأدنـــى

وتكـــــون $\delta_2 = 2$ حيث $S_{23}^{(2)} = 2$

وبالتالى تكون $\delta = 1$ حيث أن

$\delta = \min(\delta_1, \delta_2) = 1$

ويتم تعديل وقت تحقق الحلقة (2) ليصبح مساويا واحد وكـــذا تحقق الحلقة (4) ليصبح مساويا 3 وذلك كما فى شكل ١٦/٤ ٠

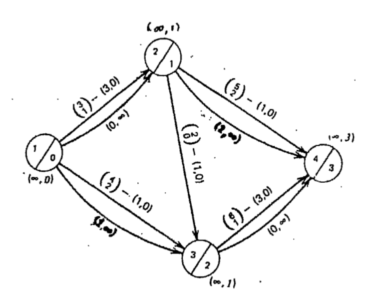
المرحلة السابعة T=3 :

يتم ترميز الحلقــة (2) من الحلقة (١) بالرمز (1, ∞) حيث أن $S_{12}^{(2)} = 0$ وكذا يتم ترميز الحلقة (3) من الحلقة (1) بالرمز (1 , ∞) حيث أن $S_{23}^{(2)} = 0$ وأخيرا يتم ترميز الحلقة (4) من الحلقة (3) بالرمز (3, ∞) حيث أن $S_{34}^{(2)} = 0$ ٠ ويعـــنى هذا انجاز الحلقة الرابعة بالقيمة $q_n = \infty$ وبالتالـــى عدم امكانيـــة تحقيق أى تخفيضات جديدة فى وقت تنفيذ المشروع ٠ ويمكن تلخيص النتائج السابقة فى جدول (٢/٤) التالى.

وقت تنفيذ المشروع t_4	تكلفة ضغط وحدة زمن واحدة $F = f_{i14}$	عدد وحدات الزمن التى يتم تخفيضها S	الزيادة فى التكاليف S.F	الزيادة المتجمعة فى التكاليف
11	1	1	1	1
10	2	1	2	3
9	3	1	3	6
8	4	1	4	10
7	4	3	12	22
4	5	1	5	27
3				

جدول (٤/٢)

كما يمكن بيان الدالة المعبرة عن العلاقة بين الوقت والتكلفة كما فى شكل (١٦/٤) والتى تبين أن أقل وقت لتنفيذ المشروع هو 3 وتكون التكلفة المقابلة 27



شكل (١٦/٤)

ونلاحظ هنا أن انقاص وقت تنفيذ المشروع لابد وأن يتم عن طريق تقصير المسار أو المسارات الحرجة ، الا أن تقصير المسار أو المسارات الحرجة لايعنى تقليل وقت تنفيذ كل أو بعض أنشطة المشروع ، فقد يحدث زيادة فى بعض أنشطة المشروع فى الوقت الذى يحدث فيه

تقليل وقت تنفيذ المشروع ، وذلك كما حدث بالنسبة للنشاط (2,3) في المثال السابق اذ تم انقاصه من 2 الى 0 ثم بقي على ذلك عدة محاولات ثم تم زيادته مرة أخرى الى 1 . ويرجع ذلك الى انقاص أكثر من نشاط على المسار الحرج في نفس الوقت ، الأمر الذي يؤدي الى انقاص المسار الحرج بـ 28 بدلا من 8 ، وبالتالي تتاح الفرصة الى اعادة رد بعض الوقت الى بعض الأنشطة التي سبق تقليل وقت تنفيذها ، وبطبيعة الحال يتم الرد بالنسبة للأنشطة الأكثر تكلفة حتى يمكن احداث أكبر تخفيض ممكن في النفقات .

٦ ـ تماريـــــــن :ـ

١ ـ اذا توافرت البيانات التاليه لشبكه أعمال مــا .

النشــاط	lij	uij	aij
(1, 2)	4	6	8
(1, 3)	4	8	9
(1, 4)	3	5	3
(2, 4)	3	3	∞
(2, 5)	3	5	4
(3, 6)	8	12	20
(4, 6)	5	8	5
(5, 6)	6	6	∞

المطلوب : ١ ـ رسم شبكه الاعمال

٢ ـ بيان داله التكاليف المثلى الخاصه بوقت تنفيذ المشروع

ابتداء من الوقت المعتدل ونزولا الى الوقت المضغوط

٢ ـ اذا توافرت البيانات لشبكه أعمـال مـا :ـ

النشـاط	l_{ij}	u_{ij}	a_{ij}
(1, 2)	2	10	2
(1; 3)	5	7	5
(1, 4)	3	9	1
(2, 3)	1	5	5
(2, 4)	4	10	4
(2, 5)	4	8	2
(3, 5)	6	9	9
(4, 5)	3	6	8

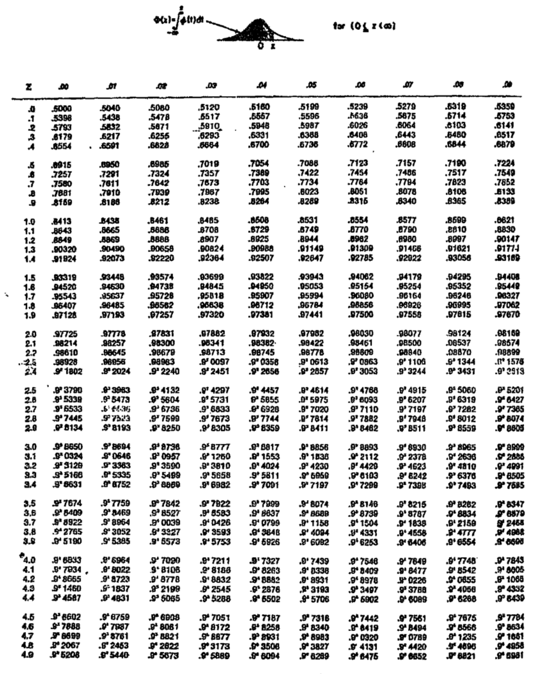
المطلوب /ـ

١ ـ رسم شبكه الاعمـال .

٢ ـ ما هى الزياده فى التكاليف اللازمة لخفض وقت المشروع من 17 يوماً الـى 13 يومـاً .

ملحق (أ) :

Appendix
The Cumulative Normal Distribution Function†



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7703	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	$.9^{2}0097$	$.9^{2}0358$	$.9^{2}0613$	$.9^{2}0863$	$.9^{2}1106$	$.9^{2}1344$	$.9^{2}1576$
2.4	$.9^{2}1802$	$.9^{2}2024$	$.9^{2}2240$	$.9^{2}2451$	$.9^{2}2656$	$.9^{2}2857$	$.9^{2}3053$	$.9^{2}3244$	$.9^{2}3431$	$.9^{2}3613$
2.5	$.9^{2}3790$	$.9^{2}3963$	$.9^{2}4132$	$.9^{2}4297$	$.9^{2}4457$	$.9^{2}4614$	$.9^{2}4766$	$.9^{2}4915$	$.9^{2}5060$	$.9^{2}5201$
2.6	$.9^{2}5339$	$.9^{2}5473$	$.9^{2}5604$	$.9^{2}5731$	$.9^{2}5855$	$.9^{2}5975$	$.9^{2}6093$	$.9^{2}6207$	$.9^{2}6319$	$.9^{2}6427$
2.7	$.9^{2}6533$	$.9^{2}6636$	$.9^{2}6736$	$.9^{2}6833$	$.9^{2}6928$	$.9^{2}7020$	$.9^{2}7110$	$.9^{2}7197$	$.9^{2}7282$	$.9^{2}7365$
2.8	$.9^{2}7445$	$.9^{2}7523$	$.9^{2}7599$	$.9^{2}7673$	$.9^{2}7744$	$.9^{2}7814$	$.9^{2}7882$	$.9^{2}7948$	$.9^{2}8012$	$.9^{2}8074$
2.9	$.9^{2}8134$	$.9^{2}8193$	$.9^{2}8250$	$.9^{2}8305$	$.9^{2}8359$	$.9^{2}8411$	$.9^{2}8462$	$.9^{2}8511$	$.9^{2}8559$	$.9^{2}8605$
3.0	$.9^{2}8650$	$.9^{2}8694$	$.9^{2}8736$	$.9^{2}8777$	$.9^{2}8817$	$.9^{2}8856$	$.9^{2}8893$	$.9^{2}8930$	$.9^{2}8965$	$.9^{2}8999$
3.1	$.9^{3}0324$	$.9^{3}0646$	$.9^{3}0957$	$.9^{3}1260$	$.9^{3}1553$	$.9^{3}1836$	$.9^{3}2112$	$.9^{3}2378$	$.9^{3}2636$	$.9^{3}2886$
3.2	$.9^{3}3129$	$.9^{3}3363$	$.9^{3}3590$	$.9^{3}3810$	$.9^{3}4024$	$.9^{3}4230$	$.9^{3}4429$	$.9^{3}4623$	$.9^{3}4810$	$.9^{3}4991$
3.3	$.9^{3}5166$	$.9^{3}5335$	$.9^{3}5499$	$.9^{3}5658$	$.9^{3}5811$	$.9^{3}5959$	$.9^{3}6103$	$.9^{3}6242$	$.9^{3}6376$	$.9^{3}6505$
3.4	$.9^{3}6631$	$.9^{3}6752$	$.9^{3}6869$	$.9^{3}6982$	$.9^{3}7091$	$.9^{3}7197$	$.9^{3}7299$	$.9^{3}7398$	$.9^{3}7493$	$.9^{3}7585$
3.5	$.9^{3}7674$	$.9^{3}7759$	$.9^{3}7842$	$.9^{3}7922$	$.9^{3}7999$	$.9^{3}8074$	$.9^{3}8146$	$.9^{3}8215$	$.9^{3}8282$	$.9^{3}8347$
3.6	$.9^{3}8409$	$.9^{3}8469$	$.9^{3}8527$	$.9^{3}8583$	$.9^{3}8637$	$.9^{3}8689$	$.9^{3}8739$	$.9^{3}8787$	$.9^{3}8834$	$.9^{3}8879$
3.7	$.9^{3}8922$	$.9^{3}8964$	$.9^{4}0039$	$.9^{4}0426$	$.9^{4}0799$	$.9^{4}1158$	$.9^{4}1504$	$.9^{4}1838$	$.9^{4}2159$	$.9^{4}2468$
3.8	$.9^{4}2765$	$.9^{4}3052$	$.9^{4}3327$	$.9^{4}3593$	$.9^{4}3848$	$.9^{4}4094$	$.9^{4}4331$	$.9^{4}4558$	$.9^{4}4777$	$.9^{4}4988$
3.9	$.9^{4}5190$	$.9^{4}5385$	$.9^{4}5573$	$.9^{4}5753$	$.9^{4}5926$	$.9^{4}6092$	$.9^{4}6253$	$.9^{4}6406$	$.9^{4}6554$	$.9^{4}6696$
4.0	$.9^{4}6833$	$.9^{4}6964$	$.9^{4}7090$	$.9^{4}7211$	$.9^{4}7327$	$.9^{4}7439$	$.9^{4}7546$	$.9^{4}7649$	$.9^{4}7748$	$.9^{4}7843$
4.1	$.9^{4}7934$	$.9^{4}8022$	$.9^{4}8106$	$.9^{4}8186$	$.9^{4}8263$	$.9^{4}8338$	$.9^{4}8409$	$.9^{4}8477$	$.9^{4}8542$	$.9^{4}8605$
4.2	$.9^{4}8665$	$.9^{4}8723$	$.9^{4}8778$	$.9^{4}8832$	$.9^{4}8882$	$.9^{4}8931$	$.9^{4}8978$	$.9^{5}0226$	$.9^{5}0655$	$.9^{5}1066$
4.3	$.9^{5}1460$	$.9^{5}1837$	$.9^{5}2199$	$.9^{5}2545$	$.9^{5}2876$	$.9^{5}3193$	$.9^{5}3497$	$.9^{5}3788$	$.9^{5}4066$	$.9^{5}4332$
4.4	$.9^{5}4587$	$.9^{5}4831$	$.9^{5}5065$	$.9^{5}5288$	$.9^{5}5502$	$.9^{5}5706$	$.9^{5}5902$	$.9^{5}6089$	$.9^{5}6268$	$.9^{5}6439$
4.5	$.9^{5}6602$	$.9^{5}6759$	$.9^{5}6908$	$.9^{5}7051$	$.9^{5}7187$	$.9^{5}7318$	$.9^{5}7442$	$.9^{5}7561$	$.9^{5}7675$	$.9^{5}7784$
4.6	$.9^{5}7888$	$.9^{5}7987$	$.9^{5}8081$	$.9^{5}8172$	$.9^{5}8258$	$.9^{5}8340$	$.9^{5}8419$	$.9^{5}8494$	$.9^{5}8566$	$.9^{5}8634$
4.7	$.9^{5}8699$	$.9^{5}8761$	$.9^{5}8821$	$.9^{5}8877$	$.9^{5}8931$	$.9^{5}8983$	$.9^{6}0320$	$.9^{6}0789$	$.9^{6}1235$	$.9^{6}1661$
4.8	$.9^{6}2067$	$.9^{6}2453$	$.9^{6}2822$	$.9^{6}3173$	$.9^{6}3508$	$.9^{6}3827$	$.9^{6}4131$	$.9^{6}4420$	$.9^{6}4696$	$.9^{6}4958$
4.9	$.9^{6}5208$	$.9^{6}5440$	$.9^{6}5673$	$.9^{6}5889$	$.9^{6}6094$	$.9^{6}6289$	$.9^{6}6475$	$.9^{6}6652$	$.9^{6}6821$	$.9^{6}6981$

Example: $\Phi(3.57) = .9^{3}8215 = 0.9998215$.

† By permission from A. Hald, *Statistical Tables, and Formulas*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1952.

ملحق (ب) ٢

Appendix
The Cumulative Normal Distribution Function†

$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \phi(t)\,dt$ for $(-\infty < z \leq 0)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
−.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
−.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
−.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
−.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
−.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
−.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
−.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
−.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2297	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
−.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
−.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
−1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
−1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
−1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.09853
−1.3	.09680	.09510	.09342	.09176	.09012	.08851	.08691	.08534	.08379	.08226
−1.4	.08076	.07927	.07780	.07636	.07493	.07353	.07215	.07078	.06944	.06811
−1.5	.06681	.06552	.06426	.06301	.06178	.06057	.06938	.05821	.05705	.05592
−1.6	.05480	.05370	.05262	.05155	.05050	.04947	.04846	.04746	.04648	.04551
−1.7	.04457	.04363	.04272	.04182	.04093	.04006	.03920	.03836	.03754	.03673
−1.8	.03593	.03515	.03438	.03362	.03288	.03216	.03144	.03074	.03005	.02938
−1.9	.02872	.02807	.02743	.02680	.02619	.02559	.02500	.02442	0.2385	.02330
−2.0	.02275	.02222	.02169	.02118	.02068	.02018	.01970	.01923	.01876	.01831
−2.1	.01786	.01743	.01700	.01659	.01618	.01578	.01539	.01500	.01463	.01426
−2.2	.01390	.01355	.01321	.01287	.01255	.01222	.01191	.01160	.01130	.01101
−2.3	.01072	.01044	.01017	$.0^{2}9903$	$.0^{2}9642$	$.0^{2}9387$	$.0^{2}9137$	$.0^{2}8894$	$.0^{2}8656$	$.0^{2}8424$
−2.4	$.0^{2}8198$	$.0^{2}7976$	$.0^{2}7760$	$.0^{2}7549$	$.0^{2}7344$	$.0^{2}7143$	$.0^{2}6947$	$.0^{2}6756$	$.0^{2}6569$	$.0^{2}6387$
−2.5	$.0^{2}6210$	$.0^{2}6037$	$.0^{2}5868$	$.0^{2}5703$	$.0^{2}5543$	$.0^{2}5386$	$.0^{2}5234$	$.0^{2}6085$	$.0^{2}4940$	$.0^{2}4799$
−2.6	$.0^{2}4661$	$.0^{2}4527$	$.0^{2}4396$	$.0^{2}4269$	$.0^{2}4145$	$.0^{2}4025$	$.0^{2}3907$	$.0^{2}3793$	$.0^{2}3681$	$.0^{2}3573$
−2.7	$.0^{2}3467$	$.0^{2}3364$	$.0^{2}3264$	$.0^{2}3167$	$.0^{2}3072$	$.0^{2}2980$	$.0^{2}2890$	$.0^{2}2803$	$.0^{2}2718$	$.0^{2}2635$
−2.8	$.0^{2}2555$	$.0^{2}2477$	$.0^{2}2401$	$.0^{2}2327$	$.0^{2}2256$	$.0^{2}2186$	$.0^{2}2118$	$.0^{2}2052$	$.0^{2}1988$	$.0^{2}1926$
−2.9	$.0^{2}1866$	$.0^{2}1807$	$.0^{2}1750$	$.0^{2}1695$	$.0^{2}1641$	$.0^{2}1589$	$.0^{2}1538$	$.0^{2}1489$	$.0^{2}1441$	$.0^{2}1395$
−3.0	$.0^{2}1350$	$.0^{2}1306$	$.0^{2}1264$	$.0^{2}1223$	$.0^{2}1183$	$.0^{2}1144$	$.0^{2}1107$	$.0^{2}1070$	$.0^{2}1035$	$.0^{2}1001$
−3.1	$.0^{3}9676$	$.0^{3}9354$	$.0^{3}9043$	$.0^{3}8740$	$.0^{3}8447$	$.0^{3}8164$	$.0^{3}7888$	$.0^{3}7622$	$.0^{3}7364$	$.0^{3}7114$
−3.2	$.0^{3}6871$	$.0^{3}6637$	$.0^{3}6410$	$.0^{3}6190$	$.0^{3}5976$	$.0^{3}5770$	$.0^{3}5571$	$.0^{3}5377$	$.0^{3}5190$	$.0^{3}5009$
−3.3	$.0^{3}4834$	$.0^{3}4665$	$.0^{3}4501$	$.0^{3}4342$	$.0^{3}4189$	$.0^{3}4041$	$.0^{3}3897$	$.0^{3}3758$	$.0^{3}3624$	$.0^{3}3495$
−3.4	$.0^{3}3369$	$.0^{3}3248$	$.0^{3}3131$	$.0^{3}3018$	$.0^{3}2909$	$.0^{3}2003$	$.0^{3}2701$	$.0^{3}2602$	$.0^{3}2507$	$.0^{3}2415$
−3.5	$.0^{3}2326$	$.0^{3}2241$	$.0^{3}2158$	$.0^{3}2078$	$.0^{3}2001$	$.0^{3}1926$	$.0^{3}1854$	$.0^{3}1785$	$.0^{3}1718$	$.0^{3}1653$
−3.6	$.0^{3}1591$	$.0^{3}1531$	$.0^{3}1473$	$.0^{3}1417$	$.0^{3}1363$	$.0^{3}1311$	$.0^{3}1261$	$.0^{3}1213$	$.0^{3}1166$	$.0^{3}1121$
−3.7	$.0^{3}1078$	$.0^{3}1036$	$.0^{4}9961$	$.0^{4}9574$	$.0^{4}9201$	$.0^{4}8842$	$.0^{4}8496$	$.0^{4}8162$	$.0^{4}7841$	$.0^{4}7532$
−3.8	$.0^{4}7235$	$.0^{4}6948$	$.0^{4}6673$	$.0^{4}6407$	$.0^{4}6152$	$.0^{4}5906$	$.0^{4}5669$	$.0^{4}5442$	$.0^{4}5223$	$.0^{4}5012$
−3.9	$.0^{4}4810$	$.0^{4}4616$	$.0^{4}4427$	$.0^{4}4247$	$.0^{4}4074$	$.0^{4}3908$	$.0^{4}3747$	$.0^{4}2594$	$.0^{4}3446$	$.0^{4}3304$
−4.0	$.0^{4}3167$	$.0^{4}3036$	$.0^{4}2910$	$.0^{4}2789$	$.0^{4}2673$	$.0^{4}2561$	$.0^{4}2454$	$.0^{4}2351$	$.0^{4}2252$	$.0^{4}2157$
−4.1	$.0^{4}2066$	$.0^{4}1987$	$.0^{4}1894$	$.0^{4}1814$	$.0^{4}1737$	$.0^{4}1662$	$.0^{4}1591$	$.0^{4}1523$	$.0^{4}1458$	$.0^{4}1395$
−4.2	$.0^{4}1335$	$.0^{4}1277$	$.0^{4}1222$	$.0^{4}1168$	$.0^{4}1118$	$.0^{4}1069$	$.0^{4}1022$	$.0^{5}9774$	$.0^{5}9345$	$.0^{5}8934$
−4.3	$.0^{5}8540$	$.0^{5}8163$	$.0^{5}7801$	$.0^{5}7455$	$.0^{5}7124$	$.0^{5}6807$	$.0^{5}6503$	$.0^{5}6212$	$.0^{5}5934$	$.0^{5}5668$
−4.4	$.0^{5}5413$	$.0^{5}5169$	$.0^{5}4935$	$.0^{5}4712$	$.0^{5}4498$	$.0^{5}4294$	$.0^{5}4098$	$.0^{5}3911$	$.0^{5}3732$	$.0^{5}3561$
−4.5	$.0^{5}3398$	$.0^{5}3241$	$.0^{5}3092$	$.0^{5}2949$	$.0^{5}2813$	$.0^{5}2682$	$.0^{5}2558$	$.0^{5}2439$	$.0^{5}2325$	$.0^{5}2216$
−4.6	$.0^{5}2112$	$.0^{5}2013$	$.0^{5}1919$	$.0^{5}1828$	$.0^{5}1742$	$.0^{5}1660$	$.0^{5}1581$	$.0^{5}1506$	$.0^{5}1434$	$.0^{5}1366$
−4.7	$.0^{5}1301$	$.0^{5}1239$	$.0^{5}1179$	$.0^{5}1123$	$.0^{5}1069$	$.0^{5}1017$	$.0^{6}9680$	$.0^{6}9211$	$.0^{6}8765$	$.0^{6}8339$
−4.8	$.0^{6}7933$	$.0^{6}7547$	$.0^{6}7178$	$.0^{6}6827$	$.0^{6}6492$	$.0^{6}6173$	$.0^{6}5869$	$.0^{6}5580$	$.0^{6}5304$	$.0^{6}5042$
−4.9	$.0^{6}4792$	$.0^{6}4554$	$.0^{6}4327$	$.0^{6}4111$	$.0^{6}3906$	$.0^{6}3711$	$.0^{6}3525$	$.0^{6}3348$	$.0^{6}3179$	$.0^{6}3019$

Example: $\Phi(-3.57) = .0^{8}1785 = 0.0001785$.

† By permission from A. Hald, *Statistical Tables, and Formulas*, John Wiley & Sons. Inc., New York, 1952.

المراجــع العلميــه :

1 - E.W. Davis, Project Management: Technigues Applications, and Managerial Issues, Industrial Engineering a Management press, Institute of I.E., 1976.

2 - Joseph J. Moder, cecil R. Phillips, Project Management with CPM and PERT, Van Nostrand Reinhold company, 1970.

3 - L.R. Ford, Jr. and D.R. Fulkerson, Princeton, 1962.

4 - Salah E. Elmaghraby, Actinity Networks, John witey & sons, 1977

5 - W.L. Price, Graphs and Networks, An Introduction, Princeton, 1971.

كتب أخرى للمؤلــف

١ - مقدمة فى ادارة الانتاج، دار الفكر العربى ١٩٨٤.

٢ - مقدمة فى بحوث العمليات، دار الفكر العربى ١٩٨٤.

تصحيح الاخطاء :ـ

رقم الصفحه	الخطأ	الصواب
١ ـ ص ١٧ المعادله الاولى	i e B (i)	i eB (j)
٢ ـ ص ٢١ العمود (3)	Tj (E)	ti (E)
٣ ـ ص ٢١ العمود (6)	ti (1)	Tj (1)
٤ ـ ص ٢٢ السطر رقم (١٧)	حيث تكون (i) هى القيمه الدنيا	حيث تكون (E) i نهى القيمه الدنيا
٥ ـ ص ٣١ شكل ١ / ١٤	١١١- = س	١١١ ـ 2 ـ س
٦ ـ ص ٣٦ السطر رقم ٣	هى المقابله والاحتمال	هى المقابله والاحتمال 95 %
٧ ـ ص ٤٠ السطر رقم ١٤	والتباين 47 . يوما	والخطأ المعيارى 47 يوما
٨ ـ ص ٤١ السطر رقم ٢	= ١ ـ Φ (1.06)	= ١ ـ Φ (.106)
٩ ـ ص ٤٢ السطر رقم ٤	٦ / ٧	٧

محتويات الكتاب :

الموضـــوع | رقم الصفحة

الموضوع	رقم الصفحه

الموضوع	رقم الصفحة